

REAL ACADEMIA DE DOCTORES

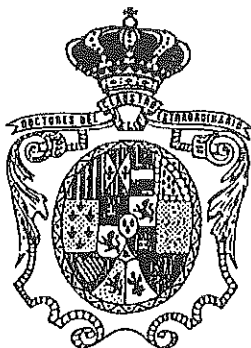
ALGUNOS CONCEPTOS Y MÉTODOS  
DE VALOR CIENTÍFICO UNIVERSAL  
(DESDE LA COMPLEJIDAD DE LA  
NATURALEZA A LA SIMPLIFICACIÓN  
COMO MEDIO DE ENTENDERLA  
Y DESCRIBIRLA COHERENTEMENTE)

DISCURSO DE INGRESO

PRONUNCIADO POR EL  
DOCTOR DON MANUEL GARCÍA VELARDE

EN EL ACTO DE SU TOMA DE POSESIÓN DE ACADÉMICO  
DE NÚMERO EL DÍA 15 DE MARZO DE 2000

Y CONTESTACIÓN DE LA  
DOCTORA DOÑA MARÍA CASCALES ANGOSTO



MADRID  
MM

Depósito legal: M. 11.234-2000  
Imprime: REALIGRAF, S. A.  
Pedro Tezano, 26  
28039 Madrid

## ÍNDICE

Discurso del Doctor Don Manuel García Velarde .....	7
Introducción .....	11
Niveles de descripción (micro-, meso- y macroscópico). Transiciones, evolución y caos .....	15
Algunos fenómenos ilustrativos de la evolución de lo aparentemente sencillo a lo realmente complejo .....	30
Comentarios adicionales sobre la evolución y el caos en sistemas o procesos deterministas .....	52
Consideraciones finales .....	56
Bibliografía .....	59
Contestación de la Doctora Doña María Cascales Agosto ....	67



**DISCURSO  
DEL  
DOCTOR DON MANUEL GARCÍA VELARDE**



**Señor Presidente**

**Señoras y Señores Académicos**

**Señoras y Señores:**

Comenzaré manifestando mi profundo agradecimiento a la Corporación que me admite en su seno. Y, particularmente, a nuestro difunto maestro el Académico, Catedrático y Rector que fue Don Angel Vián Ortuño, que junto con los Doctores Doña María Cascales Angosto y Don Federico López Mateos tuvieron a bien proponer mi candidatura en la Sección 5.<sup>a</sup>, Ciencias Matemáticas, Físicas, Químicas, Biológicas y Geológicas, de esta Docta Real Academia.

Permítaseme decir que, dado el claro carácter multidisciplinar, tanto fundacional como actual de la Real Academia de Doctores, decidí disertar, sin entrar en complejos berenjenales, sobre algunas de las diversas materias por las que he ido deambulando en mi vida investigadora de casi cuatro décadas. Ocurre que lo que fui entendiendo nunca lo hice de forma completa y hay problemas en los que llevo trabajando casi treinta años que hoy me aparecen con más cuestiones abiertas que cuando inicié su estudio, habiendo crecido mi fascinación cada día y, sólo a veces, mi cabezonería por escudriñarlos más a fondo. He pecado de poco constante, sobre todo cuando he visto que mi fascinación y mi ambición de comprender iban a ser superadas por la magnitud del abismo que percibía. Hice entonces lo de la zorra y me fui a otra viña. Ello ha ido de par con mi ácrata tendencia a investigar libremente lo que me venía en gana y cuando mejor me parecía.

En mi discurso no he querido ocultar esa imperfección intrínseca de mi labor científica, que he tratado de compensar estrujando al máximo mi imaginación y buscando la fructífe-

ra compañía de ilustres pares. Aunque ácrata y algo asocial, siempre he estado y sigo estando necesitado de sentirme parte de un "rebaño". Así, pues, voy a recorrer algunos problemas indicando logros conseguidos y apuntando ventanas abiertas y tarimas rotas, huecos en techos y suelos como, jocosamente, diríamos.

Diversas ayudas de variadas instituciones han permitido la realización de la investigación cuyos resultados son descritos en este discurso. Por ser la última y de más largo plazo señalaré la PB 96-599 de la Dirección General de Universidades e Investigación del Ministerio de Educación y Cultura.



**ALGUNOS CONCEPTOS Y MÉTODOS DE VALOR  
CIENTÍFICO UNIVERSAL (DESDE LA COMPLEJIDAD  
DE LA NATURALEZA A LA SIMPLIFICACIÓN COMO  
MEDIO DE ENTENDERLA Y DESCRIBIRLA  
COHERENTEMENTE)**



## 1. INTRODUCCIÓN

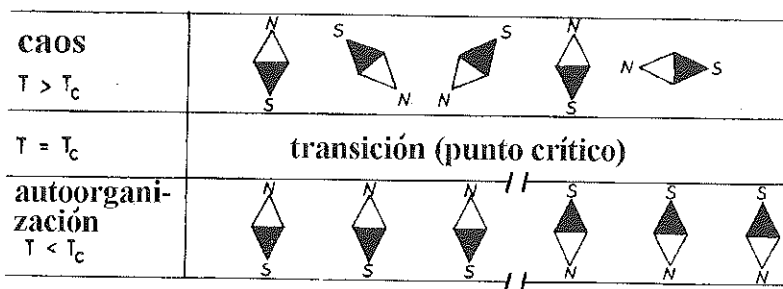
La observación de la naturaleza y lo que obtenemos de experimentos en el laboratorio nos muestran fenómenos y procesos muy variados cuyo comportamiento y evolución cabe calificar de sencillo o complejo, determinista o aleatorio (estocástico). Que un sistema o un fenómeno sea aleatorio no significa que sea complejo, ya que aunque no seamos capaces de describirlo en detalle, de forma sencilla, cabe hacerlo estadísticamente (promediadamente usando probabilidades). Por otro lado, algo determinista no siempre es sencillo, pues puede ocurrir que su evolución sea muy compleja e incluso impredecible. Lo anterior se aplica también a las simplificaciones o imágenes que nos hacemos de sistemas o fenómenos naturales, o de laboratorio, y que llamamos modelos. El sólido cristalino ideal, con una malla tridimensional perfecta, e incluso con algunos defectos, es un caso típico de sistema sencillo que puede ser descrito de forma determinista o estocástica. En cualquier forma toda su complejidad es describible a partir de sus modos vibratorios elementales, macro- o microscópicos, que son lineales de acuerdo con el análisis armónico introducido por J. Fourier. A nivel determinista macroscópico, las notas musicales que oímos al rasgar una cuerda de guitarra son sus modos de Fourier. Tal metodología hace que la descripción de un sistema lineal, en el que hay proporcionalidad entre causas y efectos, siempre sea sencilla aunque se componga de muchísimos elementos. Nuestro oído es un buen analizador de Fourier pero no así el ojo. Superpuestos unos cuantos senos, poco diferentes, creemos ver algo aparentemente complejo que, en realidad, no lo es.

El ruido, lo aleatorio, no es siempre complejo. El ruido blanco, de las pantallas de televisión, o el movimiento errático

co de las numerosas moléculas del aire de una habitación a temperatura ambiente normal no son complejos. Pero, en cambio, el rumor de las hojas en un bosque, el ruido de las olas en el mar o casi toda la música de J. S. Bach, son complejos. Así, aunque el gas perfecto es un sistema cuyas moléculas se mueven aleatoriamente, y hablamos de caos molecular microscópico, es un sistema macroscópicamente sencillo cuyas leyes estadísticas se estudian en cursos elementales de física o química. Conviene, no obstante, dejar constancia que la evolución de un gas perfecto plantea paradojas de un rompecabezas aún no resuelto.

En cuanto queremos ir más allá del sólido cristalino ideal, o del gas perfecto, las cosas empiezan a complicarse hasta hacerse complejas, e incluso muy complejas. Simplemente variando la presión, la temperatura o actuando con un campo magnético externo, la evolución de un sólido o un gas, reales, puede llegar a ser tan compleja que ninguno de los posibles comportamientos de los modelos sencillos ideales sirve para, extrapolando, describir la realidad. Por ejemplo con el modelo del gas perfecto no podemos describir la licuación de los gases o las propiedades específicas de un líquido. El comportamiento de los líquidos ha desafiado, y sigue desafiando, nuestro entendimiento científico analítico aunque casi todo puede decirse de un líquido y de sus propiedades, en equilibrio, gracias a la descripción computacional con ordenador. De los sólidos baste recordar el fenómeno de la supraconductividad a “alta” temperatura (temperatura ambiente) cuya explicación sigue desafiando a los físicos más preclaros. Digamos de paso que es muy fácil decir lo que hay que hacer para explicar lo que le ocurre a un conjunto de imancitos moleculares o espines interactuantes cuando se varía la temperatura (Fig. 1) pero nadie ha sido capaz de aplicar la receta con exactitud cuando el sistema se considera en la dimensión de nuestro mundo, el espacio tridimensional. Todo se reduce a una suma estadística, aparentemente sencilla, que el genial L. Onsager (1944) pudo calcular —exactamente— en dimensión dos y más tarde, sólo aproximadamente pero en dimensión arbitraria, K. G. Wilson (1971), por lo que recibió el Premio Nobel de Física en 1982.

Algo parecido a lo anterior cabe decir de otros aspectos evolutivos, macroscópicos, de un sólido o un fluido reales, tales



**Fig. 1.** Transición para-ferromagnética o formación espontánea de un imán. Por encima de la temperatura de Curie,  $T_c$ , los imantitos o espines apuntan, individualmente, en cualquier dirección al azar. Es el estado caótico o desordenado, donde cada elemento N-S va a su aire pese a estar interactuando con los demás. Cuando al enfriar el sistema  $T$  se acerca a  $T_c$  las fluctuaciones en la orientación se hacen cada vez mayores y la interacción empieza a compensar su carácter caótico, de modo que grupitos de espines se ponen, cooperativamente, paralelos aunque en direcciones arbitrarias. Suponiendo que sólo puedan estar en posición N-S y S-N según la figura, al ser  $T=T_c$  e inmediatamente inferior prácticamente todos los espines se alinean N-S o S-N. Como estas orientaciones son simétricas, se alinean prácticamente todos N-S o todos S-N con igual probabilidad. Si hubiese alguna imperfección interna o sesgo externo, tal como un campo magnético, la alineación dominante y por tanto la imantación cooperativa del conjunto de espines sería la de dicho sesgo, siendo raros los espines o imantitos alineados en sentido contrario.

como la elasticidad de aquéllos o la evolución de corrientes fluidas en los otros. Sabemos todo del comportamiento elástico ideal de un sólido pero cuando se trata de describir lo que ocurre cuando no hay linealidad entre compresión y respuesta, o cuando las tensiones generan calor, poco hemos sido capaces de describir. Ni de los fluidos ideales, sin viscosidad, ni de los viscosos, hemos sido capaces de entender, satisfactoriamente, lo que ocurre cuando la velocidad se va haciendo cada vez más elevada debido a la alinealidad de las ecuaciones de evolución que, aparentemente, son sencillas.

El entendimiento de los procesos químicos, reactivos, próximos al equilibrio, es tan antiguo y sencillo, que en casi todos sus aspectos se describe en los cursos elementales de química, aunque el uso de recientes técnicas físicas, como la fotografía con láser en femtosegundos ( $10^{-15}$  s) puesta a punto por A. Zewail y por

ello Premio Nobel de Química en 1999, han dado, y permitirán aún, descubrimientos significativos e incluso revolucionarios (por ej. siguiendo una idea de S. Bratos, con luz infrarroja femtosegundo podríamos ver, en tiempo real, el acto químico elemental). No obstante, cuando ya entrados los años sesenta del siglo XX, algunos científicos describieron observaciones de fenómenos oscilatorios en procesos reactivos, sus comunicaciones científicas fueron rechazadas por la comunidad científica. Sólo a partir de la década de los sesenta, cuando dejó de haber dudas sobre la validez de las metodologías y técnicas utilizadas y se apreció la clarividencia intuitiva de A. Turing e I. Prigogine (por ello, Premio Nobel de Química en 1977), se progresó en el entendimiento de los procesos reactivos alejados del equilibrio, aunque aún no disponemos de una teoría termodinámica adecuada. La razón proviene no sólo de la complejidad de los procesos microscópicos estocásticos subyacentes, sino también y sobre todo de la alinealidad, a nivel macroscópico, entre causas y efectos en los procesos reactivos. También en química hemos progresado más computacionalmente que analíticamente con la teoría.

En los sistemas biológicos la situación es muy parecida. C. Darwin apuntó cómo era posible la evolución. Los físicos y químicos pronto notaron la incapacidad de sus teorías para dar cuenta de ella. Preclaras mentes, como L. Boltzmann, subrayaron que el siglo XIX sería recordado como el de Darwin, cuando —he aquí lo extraordinario— a la vez proponía una teoría evolutiva de los procesos fisicoquímicos claramente contradictoria con lo que se observaba, darwinicamente, en el mundo biológico. Mucho se ha progresado tanto en la dirección biológica gracias a M. Eigen (y por ello Premio Nobel de Química), P. Schuster, F. Montero, etc, como en la de Boltzmann, debido a Prigogine, G. Nicolis, E. G. D. Cohen, G. Gallavotti, y otros, pero amplio es el terreno que queda para transitar.

Del comportamiento de nuestro organismo, y particularmente de nuestro cerebro, mucho se sabe desde S. Ramón y Cajal, pero parece enorme lo que queda por entender, aun cuando se diga que sabemos los principios y la receta para casi todos los detalles. Del comportamiento de los humanos, lo que llamamos sociología, economía o política, poco hay entendido y consensuado. De la praxis, recordemos los monstruos responsables de genocidios y demás aberraciones políticas programadas que ha habido en el siglo XX.

## 2. NIVELES DE DESCRIPCIÓN (MICRO-, MESO- Y MACROSCÓPICO). TRANSICIONES, EVOLUCIÓN Y CAOS

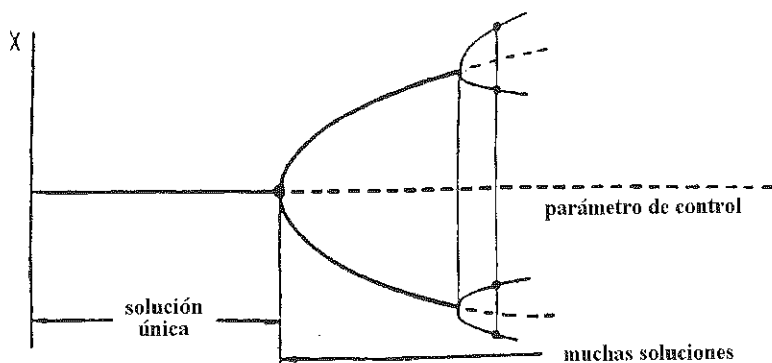
### 2.1. Transiciones y evolución

La complejidad, concepto cuyo significado preciso ni hemos definido ni vamos a definir, puede aparecer cuando hay muchísimos elementos en interacción pero eso no es necesario. Puede también ocurrir cuando a nivel macroscópico, como ya hemos ido apuntando, hay relaciones alineales entre las magnitudes de un sistema o un proceso. Insistamos en que complejidad macroscópica no implica complejidad microscópica o viceversa. Recientemente, nuestro entendimiento de la última ha progresado substancialmente gracias al uso de rapidísimos computadores, que han permitido simular movimientos microscópicos a grandísima escala espacial (número de moléculas) y temporal, usando metodologías como la dinámica molecular, cuyo pionero fue B. Alder, o el método de Montecarlo (cuyo nombre deriva del celeberrimo Principado del juego de azar), magistralmente puesto a punto por K. Binder. También ha habido, recientemente, progreso significativo en el entendimiento de la complejidad a nivel mesoscópico, donde lo microscópico emerge como fluctuaciones de las variables macroscópicas, permitiendo así introducir una distribución de probabilidad para sus valores. Lo natural, entonces, es conocer la evolución de dicha distribución de probabilidad, que puede venir dada por una ecuación lineal o no. Estas ecuaciones provienen de los trabajos de M. von Smoluchowski, A. Einstein, P. Langevin, A. N. Kolmogoroff, A. D. Fokker y M. Planck, habiendo contribuido a su generalización reciente N. Van Kampen, G. Nicolis, C. W. Gardiner, H. Risken y L. Arnold, entre otros.

En equilibrio (termodinámico) existe, microscópicamente, balance detallado; es decir si un proceso lleva de A a B, su reverso es igualmente probable. Tal es la típica situación con un sistema aislado (que no intercambia ni energía ni materia con el exterior) y, por tanto, no posee interés desde el punto de vista evolutivo. Al abrirse un sistema no está asegurado el citado balance detallado. Además, se expone a evolucionar, haciéndose inestable un primitivo equilibrio y, consecuentemente, a experimentar transiciones que le pueden conducir a nuevas formas y funciones. También hay

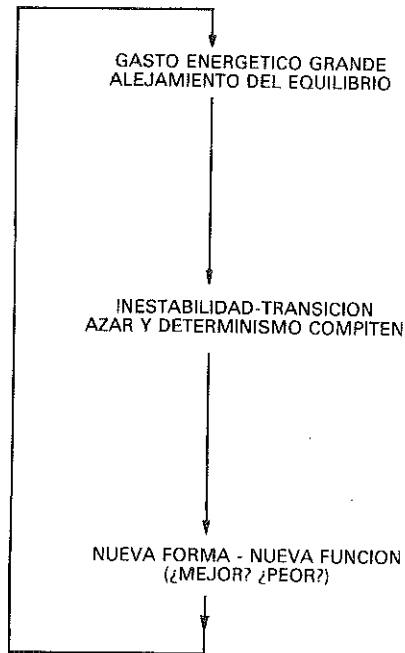
transiciones posibles en equilibrio apareciendo nuevas formas y funciones como el ferromagnetismo (formación espontánea de imanes como en la figura 1) o la aparición de formas cristalinas diversas, pero no hay auténtica evolución temporal. Las transiciones en equilibrio están básicamente entendidas y su estudio desbrozó grandemente el terreno para el entendimiento de las otras, que son las que aquí nos interesa comentar.

Cuando un sistema se abre al exterior su relación con el medio puede ser lineal o no, al margen de que intrínsecamente su regulación sea lineal o no. La alinealidad, interna o externa, es fuente de sorpresas y de riqueza de comportamientos incluso impredecibles. Gracias a la alinealidad, un sistema al experimentar transiciones puede tomar rutas diversas y su línea evolutiva bifurcar por senderos varios como del tronco de un árbol bifurcan ramas diversas y de la evolución biológica, en que desde un común ancestro fisicoquímico o animal, salieron diversas especies o ramas evolutivas. Así, en una bifurcación ocurre que la línea prebifurcada se hace inestable en beneficio de una nueva línea o varias —coexistentes simultáneamente— que aparecen estables en tiempo y espacio no predeterminados.



**Fig. 2.** Diagrama que ilustra varias sucesivas bifurcaciones en un sistema alineal donde una magnitud  $X$  cambia suavemente al variar un parámetro de control. Imperfecciones internas o sesgos externos podrían llevar a que alguna rama no aparezca o si lo hiciese fuese inestable, extinguiéndose. Si todo es perfecto y no hay sesgo, cada dos ramas que emergen lo hacen simétricamente o sea que salen una o la otra (no las dos) con igual probabilidad. Si las ramas apareciesen de manera discontinua a saltos, habría, generalmente, histéresis en la transición y cabe con ello generar memoria en el sistema, que después de muchas transiciones daría algo así como un proto-código "genético".





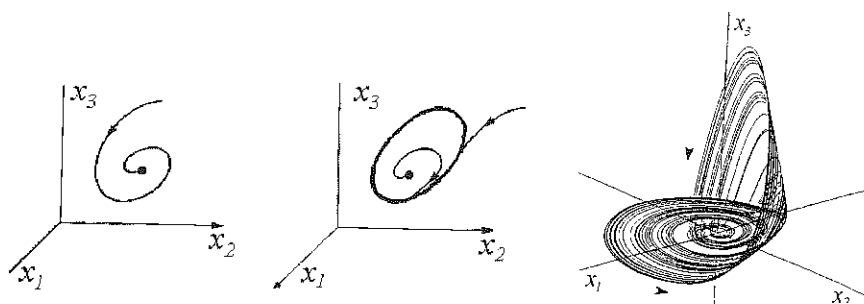
**Fig. 3.** *Bucle de causalidad circular, alineal, donde determinismo y azar compiten.*

La interacción sistema-medio hace que dos ramas salidas de un mismo punto de bifurcación puedan seguir caminos evolutivos diferentes. De ahí que haya animales o plantas que han permanecido inalterables durante millones de años y otros, como la especie humana, sean el producto de numerosas transiciones y bifurcaciones. Estas transiciones dan al sistema su sentido histórico (Fig. 2) y, por ejemplo, bioquímicamente su ADN. Este proceso histórico es como una cadena de eslabones en que azar y determinismo cooperan o compiten circularmente (Fig. 3).

## 2.2. Atractores sencillos y fractales

Cualitativamente, las bifurcaciones en la evolución de un sistema suelen llevarlo a lo que llamamos "atractores". En la Figura 4 se muestran ejemplos, entre los cuales cabe destacar por su más reciente descubrimiento, el atractor *caótico* (un conjunto

de puntos que si es una línea no tiene longitud, si es una superficie no tiene área y si es tridimensional no posee volumen; en el último caso su dimensión es fractal, pues puede valer entre dos y tres: ni superficie ni volumen). Su carácter fractal, concepto y terminología introducidos por B. B. Mandelbrot, conlleva que su estructura se repita, a sí misma, al ir afinando la escala como en una ampliación fotográfica, por lo que se dice que es autosimilar. El concepto de atractor, como otros de la teoría de sistemas dinámicos, ha tenido resonancia en diversos campos ajenos a la Física como la Genética, la Teoría del Arte, la Musicología o la Lingüística. En esta última se ha propuesto que los diferentes fonemas del lenguaje son distintos atractores de un sistema dinámico generador de sonido.



**Fig. 4.** Atractores de un sistema alineal en un espacio (de fases)  $X_i$  ( $i=1,2,3$ ) de tres magnitudes: (a) estado estacionario, equilibrio o punto fijo; (b) oscilación periódica sencilla, reloj alineal o ciclo límite; (c) atractor aperiódico o caótico donde la trayectoria alabea indefinidamente, sin pararse nunca, aunque permanezca encerrada en una región acotada del espacio.

Conviene resaltar que, en ausencia de toda imperfección o sesgo en el momento de la bifurcación de una nueva rama, el sistema quizá podría elegir entre dos o más posibilidades equiprobables o simétricas. Pero si un sesgo existe, entonces se pierde la simetría. Ya en equilibrio el sesgo, tal como la acción de un campo externo por muy débil que sea, permite a un enantiómero ganar la partida al otro, en lo que habría de ser mezcla racémica, y crecer a sus expensas, como ocurre con la quiralidad de algunas moléculas biológicas (aminoácidos de derechas y azúcares de izquierdas) o que gane el imán N-S al S-N (Fig. 1). Una

leve señal —real o espejismo— en el desierto hace que alguien perdido se oriente en una dirección dada cuando sin ese sesgo podría haber tirado por uno cualquiera de los radios del círculo en su derredor.

Claramente, una bifurcación es una reestructuración cualitativa del sistema que acontece cuando uno de sus parámetros adopta un valor “crítico”, también denominado valor umbral de inestabilidad o bifurcación. Eso parece una catástrofe pues es un cambio brusco como respuesta a una modificación suave de las condiciones externas a las que está sometido el sistema. Anecdóticamente, señalemos que la teoría de catástrofes, debida a R. Thom, V. I. Arnold, C. Zeeman y otros, se ha aplicado a fenómenos tan diferentes como la estabilidad de los barcos, las transiciones de fase en la materia, la evolución bio o ecológica, los motines en las prisiones y la política de censura frente a la literatura pornográfica. Pero esa aplicación dio un catálogo heurístico y no, realmente, una teoría dinámica de los correspondientes sistemas.

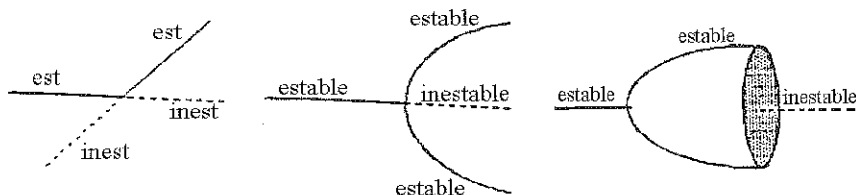
### 2.3. Bifurcaciones

A fin de fijar las ideas, veamos un ejemplo sencillo de (aparente) bifurcación. Consideremos un sistema unidimensional gobernado por la ecuación de evolución

$$dx/dt = \alpha - x^2$$

donde  $\alpha$  es un parámetro y “ $dx/dt$ ” denota la derivada de  $x$  con respecto al tiempo o ritmo de evolución. Los puntos que verifican  $dx/dt = 0$  son estacionarios o de equilibrio; son los puntos fijos o atractores puntuales. De la ecuación de evolución se obtiene que los puntos fijos están en  $x = \pm(\alpha)^{1/2}$ . Cuando el parámetro  $\alpha$  es nulo hay un solo punto fijo,  $x = 0$ . Cuando  $\alpha$  aumenta de valor,  $\alpha > 0$ , el sistema tiene dos puntos fijos  $+(\alpha)^{1/2}$  y  $-(\alpha)^{1/2}$ . La creación de estos dos puntos fijos cuando  $\alpha$  se hace mayor que cero es parecido a lo que ocurre en una bifurcación tangente, en  $\alpha = 0$ , aunque estrictamente hablando no lo es. Los sistemas continuos unidimensionales también pueden presentar otros dos tipos de bifurcaciones, la de (inter)cambio de estabilidad y la de horca (o tenedor), como se ilustra en la Figura 5. En un sistema bidimensional se puede observar la

bifurcación de Hopf que consiste en el paso de un punto fijo a periodicidad o sea a "ciclo límite". A medida que aumenta la dimensión del flujo, o sea del sistema, los tipos de bifurcación aumentan en número y complejidad. Actualmente la teoría de bifurcaciones dista mucho de estar completa sobre todo en los casos en los que el espacio de parámetros tiene dimensión mayor o igual que dos.



**Fig. 5.** Diagrama de varias posibles bifurcaciones en un sistema a lineal: (a) transcritical; (b) horquilla o tenedor con simetría; (c) ciclo límite (Hopf).

## 2.4. Fluctuaciones

Es indispensable separar las etapas de desarrollo de los momentos de transición o críticos, en los que una inestabilidad conduce a nueva forma y/o nueva función. En el primer caso podemos limitarnos, básicamente, a leyes deterministas, aunque continuamente el sistema sufra fluctuaciones que intentan desestabilizarlo. Aquí pequeñas variaciones en causas originan pequeños efectos. Lo que es muy distinto, insistamos, cuando en un punto crítico o de transición los elementos estocásticos (el azar, las fluctuaciones) predominan sobre los deterministas. Y donde aún, incluso, la disipación puede jugar un papel otro que estabilizador del estado anterior. Determinismo (necesidad) y fluctuaciones (azar) compiten para hacer evolucionar el sistema y para el establecimiento del nuevo estado o fase evolutiva. Como ya se ilustró en la figura 1, basta bajar muy poco la temperatura de un sólido imanable por debajo de la temperatura de P. Curie, para que se haga un imán (ferromagnético) capaz de atraer las limaduras de hierro. El sistema se hace más y más susceptible conforme nos acercamos a su punto de transición o región crítica.

Las fluctuaciones, espontáneas y forzadas, de un sistema le permiten explorar continuamente nuevas posibilidades, nuevos estados a los que podría llegar y estabilizarse de acuerdo con las ligaduras externas. La “selección” tendría sentido claro si de entre ellos hay alguno de alcance más rápido que los otros, o de estabilidad relativa mayor, o tiene una estructuración o función menos costosa, o ha sido favorecido por alguna causa externa (que puede ser sutil y que es su sesgo o vicio de nacimiento; tal podría ser la causa de la mencionada *quiralidad* en las moléculas biológicas que tanto preocupó a L. Pasteur y que es fenómeno aún no satisfactoriamente explicado).

Si una fluctuación pasa el nivel umbral de inestabilidad y se establece dominando a toda otra posibilidad o fluctuación del sistema, entonces el estado de partida desaparece por ser ya inestable, y el nuevo estado (lo que puede ocurrir tras una mutación) toma el relevo en la evolución. Como con las elecciones al Parlamento hay que intentar aprovecharse para mejorar; lo que no siempre ocurre. La supervivencia del toro — desde esta perspectiva— proviene del uso que hace de sus cuernos que a sus antepasados le aparecieron de manera espontánea, como una fluctuación (aleatoria) que progresó estableciéndose sin prejuizar que le fuese a ser útil, como W. Goethe agudamente observó y Darwin nos recuerda en nota de pie de página en su *Origen de las especies*. Así, el azar, las fluctuaciones en los sistemas complejos juegan un papel crucial al permitir explorar, aunque sólo sea transitoriamente, alternativas al estado de cada momento y el determinismo, verbigracia la necesidad, pasa a ser el mecanismo estabilizador de una nueva situación. Las leyes macroscópicas son básicamente las mismas, aunque forma (arquitectura, anatomía, etc.) y función (legislación, conducta, cultura, etc.) pueden ser muy diferentes respecto a la etapa anterior.

## 2.5. Evolución probabilista

Ilustremos el papel de las fluctuaciones, y la metodología de su estudio, discutiendo lo que ocurre con un circuito (R,C). Si la carga eléctrica es  $Q$ , su evolución viene dada por la ecuación lineal macroscópica

$$dQ/dt = Q/RC \equiv -\gamma Q \quad (\gamma = \text{constante}).$$

Supongamos que  $Q$  no tiene un valor estrictamente constante sino que  $Q$  es, digamos, el valor medio de  $q(t)$ . Entonces la evolución de la carga cabe imaginarla dada por

$$dq/dt + \gamma q = F(t) \text{ (ecuación de Langevin)}$$

donde  $F(t)$  representa la supuesta "fuerza" aleatoria responsable de la fluctuación de  $q(t)$ , cuyo origen está en la agitación errática que, dependiente de la temperatura, tienen las muchísimas moléculas de los conductores eléctricos. El valor medio de  $F(t)$  ha de ser cero si el valor medio de  $q$  es  $Q$ . Pero para tener un problema evolutivo bien planteado hay que dar de  $F(t)$  algo más que su valor medio. Ha de dar también su correlación temporal entre dos instantes,  $t_1$  y  $t_2$ , que puede ser sin memoria y, digamos, de valor  $\Gamma$ . Este es el caso del ruido blanco cuyo espectro de potencia plano tiene todas las frecuencias o colores excitados, y por eso se llama blanco. Einstein formuló termodinámicamente el problema y demostró que  $\Gamma = 2\gamma k_B T C = 2k_B T/R$ , siendo  $k_B$  la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura observada.

Una alternativa a la ecuación de Langevin fue la adoptada por Fokker y Planck. Como  $q$  fluctúa, sea  $P(q,t)$  su distribución de probabilidad en el instante  $t$ . Entonces la evolución de  $q$  se sigue mediante el estudio de la evolución de  $P(q,t)$  según

$$\partial P(q,t)/\partial t = \gamma \partial(qP)/\partial q + \lambda k_B T C \partial^2 P/\partial q^2 \text{ (ecuación de Fokker-Planck)}$$

cuya solución de equilibrio ( $t \rightarrow \infty$ ) es

$$P^{eq}(q) = (2\pi k_B T C)^{-1/2} \exp(-q^2/2k_B T C).$$

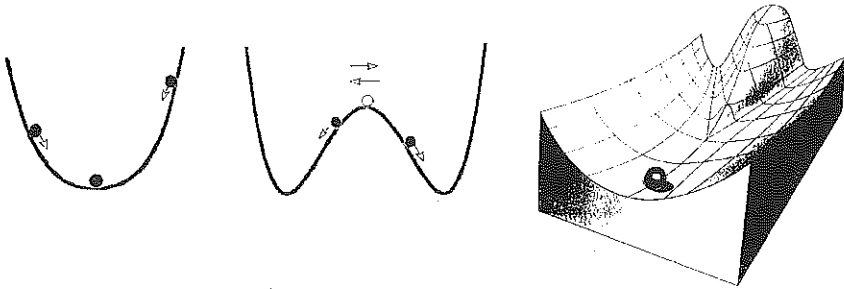
Nótese que  $\gamma$  viene de la ecuación macroscópica satisfecha por  $Q$ . La evolución de  $q$  mediante la ecuación de Fokker-Planck es idéntica a la descrita por la ecuación de Langevin.

Veamos cómo las cosas se complican si la relación macroscópica no es lineal. En efecto, sea ahora  $dQ/dt = f(Q)$  la ecuación de evolución macroscópica, donde  $f$  no es una función lineal. Ocurre que, en general, ya no es posible decir que la ecuación de evolución de la fluctuante  $q$  sea  $dq/dt + f(q) = F(t)$  por la simple razón que la media de  $f(q)$  no tiene por qué coincidir con lo que vale  $f$  para el valor medio de  $q$ . Tampoco pue-

de, en general, decirse que la alternativa de Fokker y Planck sirva, es decir que  $P(q,t)$  se rija por la ecuación

$$\partial P(q,t)/\partial t = -\partial\alpha_1(q)P/\partial q + (1/2)\partial^2\alpha_2(q)P/\partial q^2$$

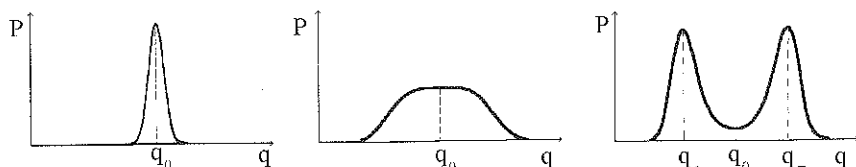
pues, por ejemplo, es imposible obtener unívocamente  $\alpha_1(q)$  a partir de la ecuación macroscópica que rige la evolución de  $Q$ . Por otro lado  $\alpha_2$  tampoco deriva de forma sencilla de esa evolución macroscópica.



**Fig. 6.** Inestabilidad con transición de un estado estacionario a otros dos simétricos en un potencial ilustrada con los posibles movimientos de una molécula. Esos movimientos pueden ser drásticamente afectados por el ruido interno, debido por ejemplo a cambios de temperatura, o externo porque se altere la forma del potencial: (a) potencial con un solo valle o pozo cuyo mínimo corresponde a la posición de equilibrio estable de la molécula; (b) aparición de dos valles o de la circulación periódica en el espacio (ciclo límite); (c) ilustración espacial del proceso de transición entre (a) y (b).

Una forma concreta de  $f$  como  $f(q)=aq+bq^3$  nos permite ver qué ocurre en la transición del estado  $q=0$  al de un valor no nulo. Dejando de lado  $F$ , si  $q$  derivase de un potencial, su evolución podría representarse como el ficticio movimiento de una molécula, de masa  $m$ , en dicho potencial (Fig. 6), regido por la ecuación  $(m\frac{d^2q}{dt^2}+) dq/dt=aq+bq^3$ . Nótese que hemos puesto entre paréntesis la parte ficticia. Por otro lado, si hubiese algún sesgo éste podría incorporarse con un término  $cq^2$ , o una constante, con lo que la profundidad de los valles sería distinta debido a la asimetría introducida por el valor no nulo de  $c$ . Si actuase  $F$ , la molécula podría saltar de uno a otro valle o pozo del potencial. Resuelta la correspondiente ecuación de Fokker-

Planck, obtendríamos que al pasar del estado  $q=0$ , sobre el que habría un máximo de probabilidad, ésta se aplanaría desparrajándose pero, finalmente, dará sendos máximos colocados, en ausencia de sesgo externo, sobre los dos simétricos mínimos de los pozos (Fig. 7). Volveremos sobre esta cuestión al describir la evolución probabilista de un reloj biofísicoquímico.



**Fig. 7.** Descripción probabilista de los estados estacionarios de la molécula de la figura 6 y su transición mediante una bifurcación, como en la Figura 5 b): (a) el estado  $q_0$ , mínimo del único valle del potencial tiene probabilidad máxima; (b) la probabilidad se desparraja en su alrededor conforme, al variar un parámetro adecuado, se aproxima al punto de transición a dos valles; (c) cuando los dos valles permiten que la molécula pueda, equiprobablemente, estar en uno u otro, verbigracia en  $q_+$  o  $q_-$ , aparecen sendos máximos de probabilidad de igual valor.

## 2.6. El ruido oportuno o la resonancia estocástica

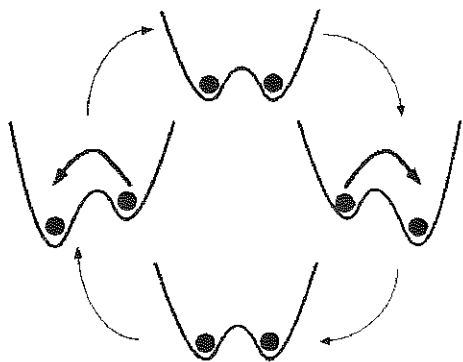
Ya hemos indicado cómo las fluctuaciones o ruido interno en un sistema y el ruido externo son cruciales para su evolución y, particularmente, en los momentos de transición. Al ruido no cabe adscribirle siempre un papel negativo como del lenguaje vulgar pudiera desprenderse. En efecto, recordemos que una señal cuyo espectro de Fourier tuviese muchísimas, digamos infinitas, frecuencias no racionalmente relacionadas, sería aparentemente ruidosa pero, técnicamente, sólo es cuasiperiódica. Si las frecuencias estuviesen muy cercanas entre sí, en la práctica podría parecerse realmente ruidosa. Como es un conjunto discreto de frecuencias, si la aplicamos a un sistema dinámico, cabría que alguna de ellas resonase con su frecuencia propia o alguno de sus armónicos. Entonces observaríamos en dicho sistema dinámico una respuesta espectacularmente amplificada.



Veamos en el caso, antes mencionado, de la molécula capaz de moverse en un potencial con dos pozos o valles como un ruido auténtico puede jugar papel análogo al comentado para la señal cuasiperiódica pero hablaremos de *resonancia estocástica*. Supongamos que la fricción haga que la molécula tienda a quedarse en uno de los valles. La molécula está en el aire o en un medio cuyas propiedades como la temperatura o la presión pueden variar. Estas variaciones, antes descritas por  $\bar{F}(t)$ , afectan a su movimiento de tal modo que cabe imaginar que pueden llegar a hacerla saltar de uno al otro valle. También podríamos imaginar que hay perturbaciones capaces de deformar el potencial haciéndole perder la inicial simetría. H. A. Kramers (1940) calculó el posible ritmo de salto entre valles, en función tanto de la frecuencia de la agitación molecular en el valle correspondiente como de la de su posible tránsito por la colina que los separa, cuya altura se denomina barrera de potencial, o energía de activación de Arrhenius en un proceso reactivo. La influencia de las variaciones o fluctuaciones antes mencionadas viene medida por  $D=k_B T$ , donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura.  $D$  mide, pues, la intensidad del ruido.

Movamos verticalmente el potencial, con periodo  $T_\Omega$ , de modo que sus mínimos suban y bajen, alternativamente. Entonces la colina no aparece siempre a igual altura vista desde ambos valles y al perder su simetría con la vertical ofrece a la molécula diferente altura para el salto. Se ha demostrado que aunque una tal vibración periódica del potencial sea muy tenue puede entrar en resonancia con el ruido,  $D$ , a que la molécula está supuestamente sometida. Recordemos que el espectro de una señal ruidosa posee infinitas frecuencias pegadas continuamente y, por tanto, experimentalmente se parece —a primera vista— a la señal cuasiperiódica antes mencionada. Así, inducida por el ruido es posible la circulación periódica de un valle a otro en el transcurso del tiempo (Fig. 8). Esta circulación no es determinista sino estocástica, o sea que no ocurre sistemáticamente en el transcurso del tiempo sino en media, con un período  $T(D)$ . La perfecta sincronización ocurriría cuando  $T(D)=T_\Omega/2$ , o sea cuando la frecuencia "intrínseca",  $1/T(D)$ , duplica la de la forzante. Leída la dinámica a la inversa, diríamos que dado  $T_\Omega$  la resonancia estocástica se consigue variando convenientemente el ruido que, consecuentemente, hace variar la frecuencia intrínseca,  $1/T(D)$ .

El concepto de resonancia estocástica fue introducido en 1981 por R. Benzi y el matrimonio C. y G. Nicolis para explicar la alternancia en los periodos de glaciación y su influencia en el clima de la Tierra. Actualmente, dicho concepto se ha generalizado a numerosos otros sistemas, tanto a nivel macro-, como meso- y microscópico. Más aún, como anécdota, digamos de paso que ha dado lugar a tratamientos psicofisiológicos para mejorar nuestros sentidos del tacto, visión u oído.



**Fig. 8.** *Resonancia estocástica. Haciendo variar periódicamente la forma del potencial de la figura 5, el movimiento errático de la molécula debido a fluctuaciones, o sea al ruido, puede resonar con la frecuencia del vaivén arriba-abajo de la posición relativa de los valles, dando lugar a la circulación periódica de izquierda o derecha que en la figura sigue a las agujas de un reloj.*

## 2.7. Caos determinista

Por lo hasta ahora dicho, cabe darse cuenta que los términos aleatorio, caótico o estocástico aparecen en dos campos de fenómenos diferentes de la física. En primer lugar, macroscópicamente, en la mecánica o física estadística que se ocupa de sistemas con muchísimas partículas, elementos o grados de libertad, y aplica para su estudio leyes probabilistas debido al desconocimiento de la totalidad de las condiciones iniciales y a lo errático de los movimientos microscópicos. La mecánica estadística, particularmente del equilibrio, justo de los sistemas que realmente no evolucionan, se fundamenta en la hipótesis ergódica, según la cual se supone que hay cierta equiprobabilidad entre todos los posibles movimientos del sistema. Desde esa

sencilla idea se ha progresado mucho gracias a los trabajos de D. Ruelle, Gallavotti, S. Miracle, N. S. Kryloff y otros. El término "aleatorio" surgió también en relación con la impredecibilidad intrínseca de la teoría cuántica, tanto por el principio de indeterminación enunciado por W. Heisenberg como por la descripción ondulatoria introducida por E. Schroedinger, L. de Broglie y M. Born, y, recientemente, continuada por M. V. Berry y A. Aspect, entre otros. Según aquél, en la naturaleza no cabe conocer, simultáneamente, por ejemplo, la posición y la velocidad de una partícula, de manera que no es posible predecir los movimientos de las partículas individuales con exactitud, ya que no se conocen nunca todas las condiciones iniciales. Así pierde sentido la imagen clásica de trayectoria en un movimiento. La otra establece la evolución de un sistema de forma probabilista, regida por una ecuación introducida por Schrödinger. Nos limitaremos a la descripción macroscópica mediante leyes alineales dejando de lado lo estrictamente cuántico.

Los "atractores" anteriormente mencionados, puntos fijos, ciclos límite sencillos o trayectorias cuasiperiódicas fueron ampliamente estudiados por la escuela de L. I. Mandelshtam y A. A. Andronoff. Se caracterizan porque podemos predecir el futuro del sistema cualquiera que sea el intervalo de tiempo considerado; esto es, dos órbitas con condiciones iniciales próximas no se separan apreciablemente a lo largo del tiempo y podemos incluso acotar cuanto se pueden separar local o globalmente. Dichos atractores eran los únicos usados hasta hace treinta años, cuando a partir de una observación de B. Saltzman, el meteorólogo E. N. Lorenz, estudiando con computador un modelo muy simplificado de la convección atmosférica, descubrió un ejemplar de atractor determinista aperiódico, caótico (Fig. 4 c). Simultáneamente al descubrimiento "experimental" de Lorenz, y con independencia del mismo, la existencia de atractores caóticos y su estabilidad fueron establecidas por S. Smale, D. V. Anosov, Ya. G. Sinai, y L. P. Shilnikoff, principalmente, siguiendo ideas del maestro de todos ellos, Kolmogoroff. Fue precisamente Smale quien propuso una transformación topológica que, mediante un proceso como el tradicional amasado del panadero, permite visualizar lo errático de las órbitas en un atractor aperiódico. Después del atractor de Lorenz se han descubierto otros atractores caóticos, tanto en experimentos como en simulaciones con computador digital o analógico. Otro célebre atractor aperiódico lleva el nombre de Hénon y fue des-

cubierto por G. Contopoulos y M. Hénon estudiando las órbitas de estrellas en torno a un centro galáctico.

Los sistemas deterministas susceptibles de ir hacia el caos, dando lugar al carácter aleatorio de su evolución y, por tanto, a la pérdida de sentido de la trayectoria como en mecánica cuántica pero por diferente razón, exhiben una dinámica muy sensible a suaves variaciones de las condiciones iniciales en su espacio de "fases". En ese espacio, cuyas coordenadas son las posiciones y las velocidades de todas las partículas del sistema, el sistema se reduce a un punto. Minúsculas diferencias en ellas dan lugar, en el transcurso del tiempo (para tiempos suficientemente "largos"), a trayectorias divergentes con comportamientos o estados finales muy distintos. La divergencia en la evolución de dos trayectorias inicialmente próximas en su inicio es una medida (Kolmogoroff) de la caoticidad y, consecuente, pérdida de información en el sistema. En términos gráficos, aunque no rigurosos, cuando de un punto "gordo", o sea de un punto con error, llegamos a otro punto "gordo", si el punto "gordo" final se "achica" decimos que hay estabilidad en dicha evolución en el espacio de fases, hablando de inestabilidad en caso contrario. El espacio de fases tiene la ventaja de proporcionar una imagen geométrica, visual, del desarrollo del sistema mostrando los atractores del mismo, a los que tiende el sistema en el transcurso del tiempo.

H. Poincaré fue quien primero asoció la inestabilidad en la dinámica de un sistema con la caoticidad señalando además lo paradójico que resulta que en el caso de un gas perfecto sea la inestabilidad dinámica en su espacio de fases la que provea su sencillez estadística. Sólo desde hace tres décadas, y a ello no es ajeno el disponer de computadores muy rápidos, hemos empezado a preguntarnos y a responder adecuadamente cuales sean las condiciones y cómo ocurre que una dinámica determinista, aún con sólo unas pocas moléculas, conduce a leyes probabilistas y por qué esas leyes estocásticas no son alteradas drásticamente por cualesquiera de las diversas fluctuaciones o ruidos que el sistema encuentra en su evolución.

## **2.8. Aproximación estocástica formal**

Una característica de un sistema complejo parece ser un elemento que podríamos denominar "libertad", cuyo uso (como pa-

rámetro variable) le permite explorar continuamente el espacio que le es accesible y así poder acceder a más de un estado o comportamiento. Su evolución puede ser muy sensible a perturbaciones externas o fluctuaciones internas. En tal caso hablar de trayectoria evolutiva única deja de ser relevante y más bien habrá que hablar de las muchas posibles, probables, trayectorias que podría seguir. Esa idea que se debe a V. Volterra, E. Wigner y R. P. Feynmann, cabría materializarla así. Sea  $X_t$  el valor instantáneo de la variable  $X$  del sistema.  $X$  podría ser un conjunto de variables medidas simultáneamente. Si el sistema fuese estrictamente determinista, su evolución cabría describirla con una función funcional  $F$ , la ley de evolución macroscópica  $X_t = F(X_0)$ .

Si el sistema no obedece, estrictamente, a una evolución macroscópica determinista, podemos suponer que lo haga probabilísticamente, como hemos señalado anteriormente. Sea  $\rho_t(X)$  la densidad de probabilidad para que en el instante  $t$  tengamos el valor  $X$ . Entonces la evolución de  $\rho_t$  cabe darla por lo que conocemos del sistema, o sea  $F$ . Así, generalizando las aproximaciones de Langevin y Fokker-Planck,

$$\rho_t(X) = \int_{\Gamma} dY \delta(X - F_t(Y)) \rho_0(Y)$$

donde  $\Gamma$  denota el espacio de libertad del sistema. La ecuación anterior puede descomponerse en una cascada de pasos unitarios entre el instante inicial y el momento de observación. Así cabe escribir

$$\rho_t(X) = \int_{\Gamma} dY \delta(X - F(Y)) \rho_{t-1}(Y) \equiv (U \rho_{t-1})(X)$$

que es una ecuación lineal. Todo el problema reside en obtener de esa ecuación probabilista de evolución los autovalores y autofunciones del operador  $U$  (W. Froebenius - F. Perron). Como  $F$  es una función, funcional u operador disipativo, cuando los autovalores de  $U$  poseen parte real negativa, el único estado del sistema en el transcurso del tiempo,  $\rho_s(X)$ , es un estado estacionario. Nótese que este resultado proviene de una ecuación probabilista lineal, mientras que la determinista es, en general, alineal. Se sabe también que si uno de los conjuntos de autofunciones de  $U$  (a izquierda o derecha) posee funciones singulares (tal como combinaciones lineales de deltas de P.A.M. Dirac), cabe regularizar dichas distribuciones añadiendo ruido al siste-

ma. Este programa probabilista que supone la generalización de las viejas ideas estocásticas ya mencionadas, sólo ha sido desarrollado para unos cuantos casos tales como la descripción del calor y el transporte de masa en un gas de H. Lorentz (un viento fino pasando entre gruesos árboles colocados al azar). Curiosamente este es el caso opuesto al del movimiento Browniano (una partícula gorda se mueve en un fluido ligero) cuyo estudio originó la descripción probabilista de la materia a nivel microscópico, cuyos pioneros fueron von Smoluchowski y Einstein.

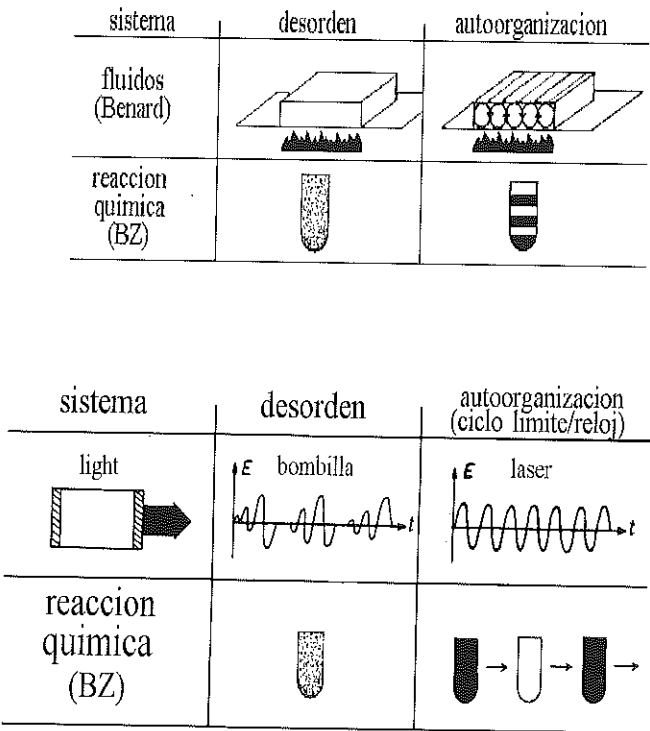
### **3. ALGUNOS FENÓMENOS ILUSTRATIVOS DE LA EVOLUCIÓN DE LO APARENTEMENTE SENCILLO A LO REALMENTE COMPLEJO**

#### **3.1. Variedad de fenómenos y universalidad de conceptos y modelos**

La clarividencia, y una inmensa labor, de H. Haken ayudó a conseguir a una visión unificada de la muy diversa fenomenología de los sistemas complejos. Sistemas tan dispares como el ferromagnetismo, la emisión de luz por un láser, la autoorganización química o bioquímica (aparición de formas espaciales, relojes químicos o biológicos, etc.), el comportamiento ecológico e incluso sociológico de animales y humanos son descritos, actualmente, con una metodología de valor universal. A su obra y a la de Prigogine hay que añadir la de preclaros científicos como G. Nicolis, F. T. Arecchi, L. A. Lugiato, R. Graham, P. Coulet, W. Weidlich, L. O. Chua, entre otros, cada uno con su aportación genuina que no cabe detallar aquí y no todos rezando el mismo credo.

La idea seminal proviene de L. D. Landau quien imaginó que la muy diversa fenomenología de las transiciones en equilibrio termodinámico podría describirse universalmente si prescindiendo de los detalles nos concentramos en la evolución de una o unas pocas magnitudes que denominó modos dominantes, parámetros de ordenamiento o de autoorganización. Haken extendió el concepto a los procesos muy alejados del equilibrio tal que la evolución de esos modos, en el tiempo y en el espacio, proporciona lo esencial del comportamiento sinérgico del sistema, por muy complejo que sea, y además esclaviza a la de las

demás magnitudes variables. Cabe inferir, fácilmente, que no hay modo o comportamiento colectivo si no hay interacción entre los, generalmente, muchísimos elementos o grados de libertad o individuos del sistema. Pero eso no es suficiente ya que aunque un gas perfecto no exhibe comportamientos colectivos, un sólido cristalino ideal si los tiene como las notas de la guitarra que son la consecuencia de la interacción entre las moléculas de sus cuerdas. Para que un sólido sea complejo es preciso que sea alineal, anarmónico, dando lugar a modos colectivos como los solitones. La Figura 9 muestra, esquemáticamente, ejemplos de la visión debida a Haken.



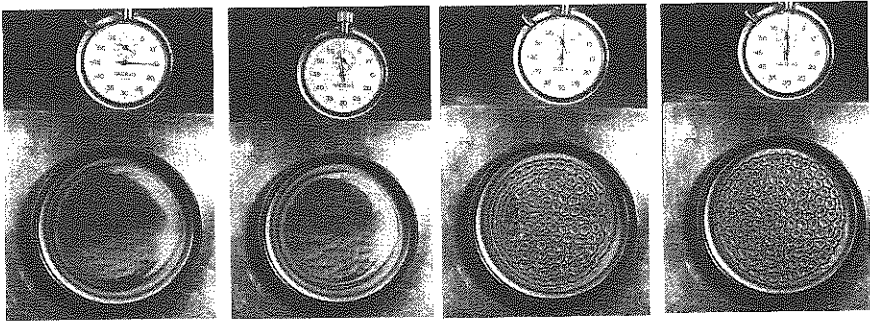
**Fig. 9.** Autoorganización espontánea o sinergesis fuera de equilibrio: (a) Transición cooperativa desorden-forma espacial (estado estacionario) en un líquido calentado por su base o en una reacción química con difusión. En el primer caso, se forman celdas convectivas (Bénard) y en el segundo bandas de concentración de posibles diferentes colores; (b) Transición desorden-oscilación periódica. En el primer caso, entre una bombilla (luz incoherente) y un láser (luz coherente) y en el segundo en una reacción química (sin difusión), dando lugar a un reloj químico.

## 3.2. Estructuras disipativas en fluidos

### 3.2.1. Formas convectivas estacionarias

La Figura 10 muestra el nacimiento de las celdas de H. Bénard, en un líquido calentado por su base y abierto al aire ambiente, paradigma fluidodinámico de la autoorganización fuera del equilibrio, del que la Figura 11 (véase también la Figura 12) da las líneas de corriente en una celda donde puede observarse cómo unas “moléculas” se siguen a otras como si fueran en formación.

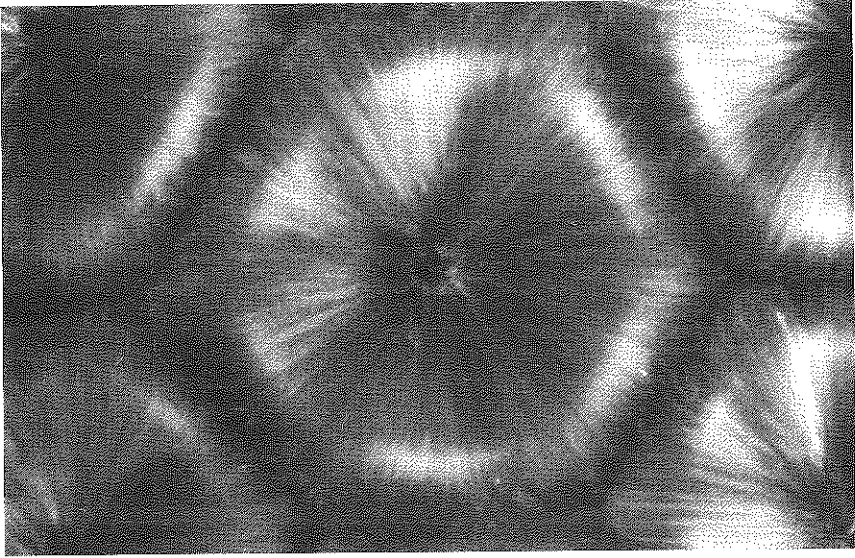
Las celdas de Bénard son consecuencia de uno o dos mecanismos capaces de inducir en una lámina líquida, en la atmósfera o en el océano, inestabilidad del estado de reposo cuando el sistema está sometido a la influencia externa de un calentamiento o de adsorción o desorción (incluida la evaporación) de un tensioactivo (moléculas activas en una superficie como las de un detergente) si posee una superficie libre o tiene entrefaz con otro líquido.



**Fig. 10.** Celdas convectivas de Bénard. Cuando se calienta por su base un líquido, verbigracia un aceite de silicona o cualquier otro líquido viscoso, debido a la flotabilidad de Arquímedes o al efecto de la variación de la tensión superficial líquido-aire, o a la combinación simultánea de ambos mecanismos, el sistema evoluciona desde una situación homogénea (sin ordenar) autoorganizándose en celdas de diversas formas, verbigracia hexagonales. La secuencia permite ver cómo el sesgo debido a la presencia de la pared cilíndrica intenta producir una forma axisimétrica, pero al final la dinámica intrínseca del líquido domina induciendo el panel de abeja.



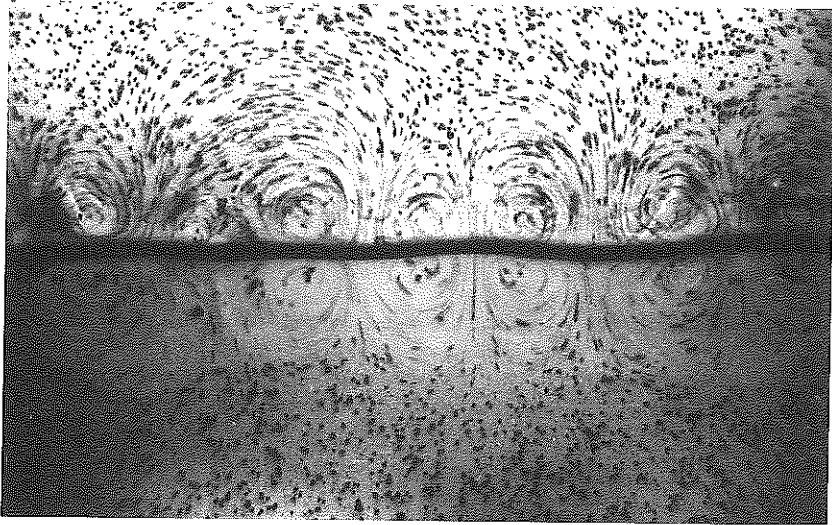
C. Varley (1836), un constructor de microscopios, parece haber sido el primero en contar la observación de "motions of extremely curious and wonderful character in fluids undergoing evaporation". Movimientos que visualizó añadiendo al líquido —en su superficie— carbonilla fina cuyos desplazamientos siguió con un microscopio. Algo más tarde, Weber (1855) observó formas y movimientos líquidos en una película de licor (agua y alcohol con 30 din/cm de tensión superficial) que al evaporarse —perdiendo alcohol— tenía un brusco cambio de tensión (a 70 din/cm). Erró en su interpretación de lo observado ya que el argumento mencionado en líneas anteriores se debe a Lehmann (1888) el mismo que descubrió el estado "cristal líquido" de la materia. Tras estos pioneros hubo varios otros científicos que hicieron lo que podríamos calificar la taxonomía del fenómeno hasta que James Thomson (1882) dio la correcta explicación cualitativa tal y como hizo Lehmann y, asimismo, C. Marangoni, aunque independientemente. Thomson también observó y explicó adecuadamente la formación de lágrimas en un vaso de vino o de whisky (vivía en Belfast). De nuevo varios otros científicos aportaron su enjundia y experimentación para el entendimiento de tan curiosos fenómenos. Fue, sin duda, H. Bénard quien en su tesis doctoral (París, 1900) dejó definitivamente establecida la formación de las celdas que hoy llevan su nombre, aunque no llegó a identificar con justeza el mecanismo que las engendra. Fue Lord Rayleigh (1916) quien hizo la (aparente) teoría de las celdas de Bénard, pero, ironía del destino, descubrió otro fenómeno — estrictamente hablando— ajeno a dichas celdas convectivas. Lord Rayleigh atribuyó la excitación de dichas formas (generalmente hexagonales) a una inestabilidad producida por la flotabilidad de Arquímedes que cuando un fluido se calienta por su base conduce a una situación de cabeza pesada y piernas livianas y, por tanto, mecánicamente inestable. Ese mecanismo favorece la formación de ciertas nubes y, en particular, las calles de nubes cuando hay viento. Muchísimos trabajos y hasta libros hay dedicados a la inestabilidad de Rayleigh (-Bénard) aunque, pecando de inmodestia, me permito remitirles a mi trabajo (con Christiane Normand) en *Scientific American*, (julio 1980; desaconsejo la traducción castellana por lo pésima de la misma ¡mea culpa por no haber propuesto mejor traductor o no haberla hecho yo mismo!, gajes del oficio).



**Fig. 11.** Celda de Bénard, hexagonal, en una película milimétrica de aceite de silicona (viscosidad: 1 Stokes) calentada por abajo, mostrando las trayectorias de laminas de aluminio moviéndose con algo menos de una décima de mm/s. (Véase Fig. 10). Esas trayectorias coinciden con las líneas de corriente por ser constante la velocidad. La visualización es directa por reflexión de la luz ambiente sobre las laminas de aluminio, prácticamente horizontales. El líquido sube por la parte central del hexágono y desciende por la periferia.

Lo que ocurre en una lámina o película líquida calentada por su base y abierta al aire ambiente, como es el caso de un aceite de silicona en las Figuras 10 y 11, es que la tensión superficial líquido-aire se ve afectada por dicho calentamiento. Como dicha tensión,  $\sigma$ , depende de la temperatura, en algún punto por estar más caliente que su entorno por lo que cae su valor y se inicia movimiento (efecto de Marangoni), pues  $\sigma$  es a la superficie (salvo el signo) lo que la presión al volumen del líquido. Al desplazarse líquido en la superficie, el "hueco" es rellenado con líquido que viene de abajo, que está aún más caliente... por lo que la fluctuación inicial tiende a reforzarse. Sin embargo, como un líquido real es viscoso, la viscosidad trata de frenar dicho movimiento (fenómeno ampliamente estudiado por G. G. Stokes). Además la difusividad calorífica también tiende a eliminarla, según la ley de Fourier, aunque muy lentamente (un centímetro en  $10^3$ s). Es preciso, pues, para que puedan verse las celdas de Bénard, que la diferencia de temperatura entre la base caliente y

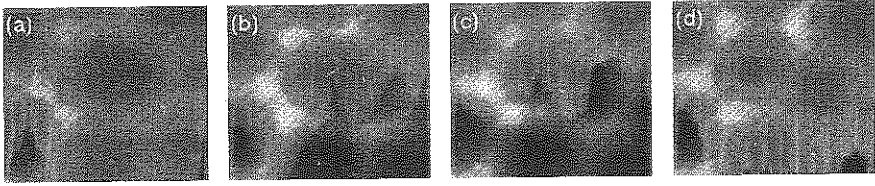
la superficie superior fría adquiera un valor umbral superando así al frenado viscoso y la homogeneización calorífica (en la práctica unos cuantos o unas decenas de grados por milímetro en una fina película de cualquier líquido ordinario como el té, el café o un aceite). La talla horizontal de una celda suele ser del orden del espesor de la película líquida. Idéntico mecanismo (efecto de Marangoni) ocurre cuando en vez de calentar actúa un tensioactivo. La Figura 12 muestra la autoorganización “molecular” en celdas observadas lateralmente (Figuras 10 y 11).



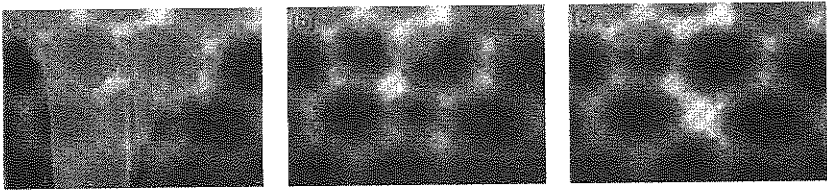
**Fig. 12.** Autoorganización de las “moléculas” (en este caso carbonilla) que muestra lateralmente celdillas análogas a las de Bénard (vistas por arriba en las Figuras 10 y 11). La fotografía, debida al Prof. H. Linde, corresponde al intercambio de materia (acción de un tensioactivo) entre dos líquidos (verbigracia pentano y tolueno), pero análogos movimientos pueden verse cuando se calientan los dos líquidos.

Las Figuras 13 a 18 también ilustran diversos aspectos del mismo fenómeno, tanto experimentales como numéricos, obtenidos en mi laboratorio por J. Bragard, A. Ezersky, C. I. Christov, J. Pontes y A. Wierschem. En particular, la Figura 15 muestra cómo las ecuaciones de Navier y Stokes, de Fourier y de continuidad conducen —integradas numéricamente— desde una situación desordenada (el calor fluye sólo por difusión) a la autoorganización en panel hexagonal (el calor fluye por di-

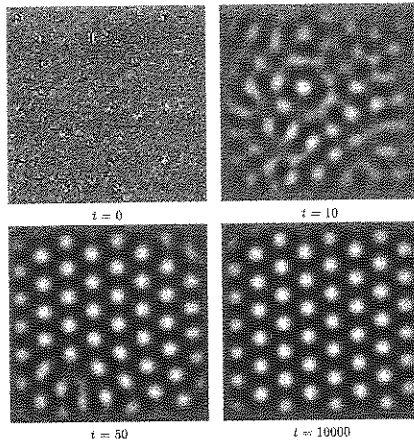
fusión y convección, como en las calefacciones de agua caliente). El defecto hepta-penta mostrado en la figura 18 es típico de las estructuras cristalinas sólidas.



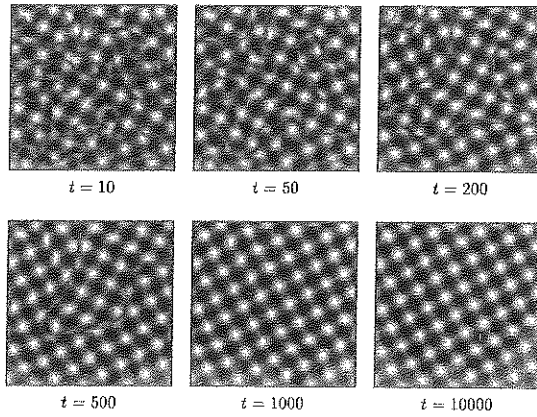
**Fig. 13.** Nacimiento espontáneo de una celda de Bénard en una película milimétrica de aceite de silicona calentado por abajo como en el caso de las Figuras 10 y 11, cuando los valores de todos los parámetros están fijos.



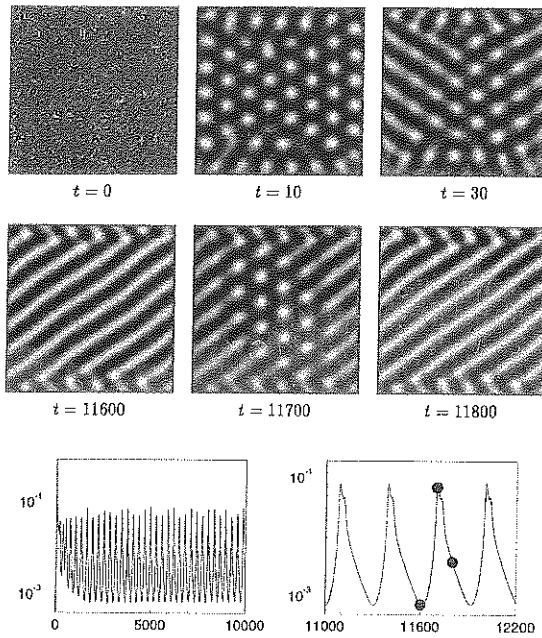
**Fig. 14.** Desaparición espontánea de una celda de Bénard en el mismo aceite de silicona y experimento de la Figura 13, pero con efecto contrario.



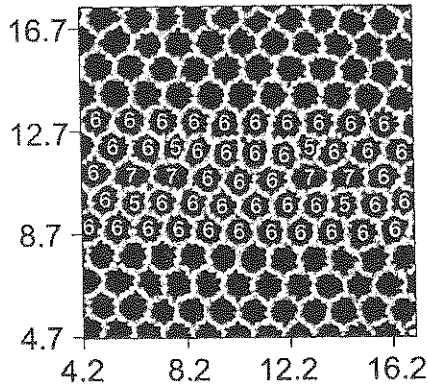
**Fig. 15.** Evolución numérica desde un estado desordenado, en el que el calor sólo difunde por la ley de Fourier (véase Figura 10), hacia el panel convectivo hexagonal donde la convección se añade a la conducción, debido al efecto de Marangoni por el calentamiento en la base de una película líquida.



**Fig. 16.** Evolución numérica desde la misma situación inicial que en la Figura 15 y mismo experimento. Aquí para distintos valores de los parámetros lleva a un panel cuadrado.



**Fig. 17.** Desde una condición similar a las usadas en las Figuras 12 y 13, tras un transitorio, en la autoorganización puede ocurrir que —indefinidamente, como en un ciclo límite— haya alternancia de hexágonos y tubos convectivos. Tenemos así un reloj hidrodinámico análogo al químico de la Figura 9 o, más adelante, de las Figuras 23 y 24.



**Fig. 18.** Defectos hepta-penta en un panel convectivo fluido de Bénard que, sin embargo, son típicos de una red cristalina sólida. Los números 5, 6 y 7 indican cuántos vecinos tiene una celda dada, subrayando así las parejas "defectuosas" 5-7 en un panel hexagonal.

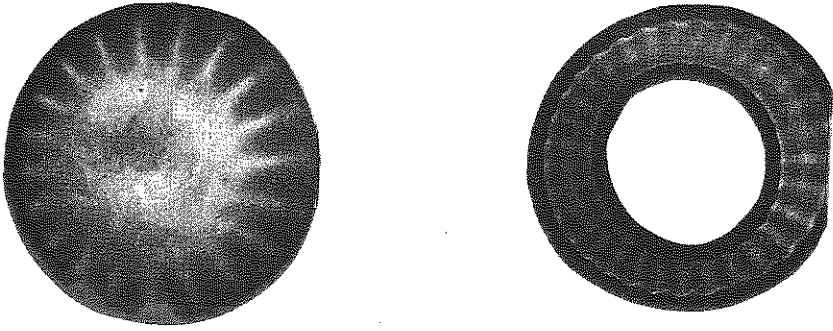
### 3.2.2. Ondas y solitones disipativos

Veamos ahora lo que ocurre si en vez de calentar el líquido por su base, lo enfriamos por ella o bien calentamos el aire sobre la superficie libre. El experimento alternativo consiste en adsorber un vapor liviano (tensoactivo) y esperar hasta que haya sido suficientemente absorbido en el volumen. Un experimento típico es el de adsorción de vapor de pentano por una película de tolueno líquido que es más denso que el líquido pentano y tiene superior tensión superficial con el aire.

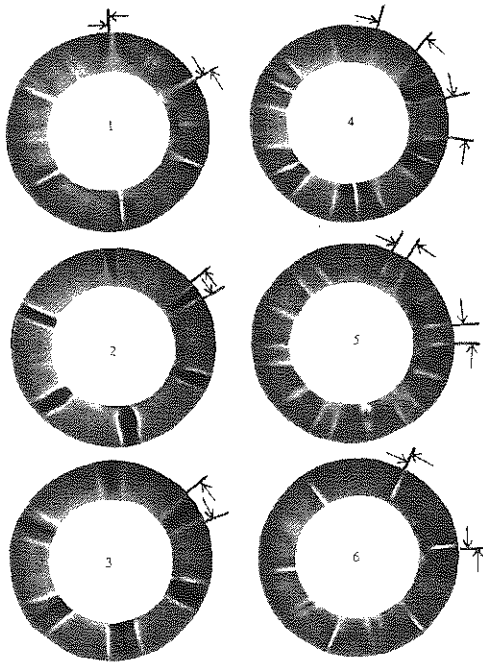
En este caso, si de nuevo imaginamos un punto caliente, como al desplazarse arrastra desde el volumen líquido más frío o más denso, esto hace que la inicial fluctuación de movimiento convectivo tienda a desaparecer; es el proceso ondulatorio o de sobreestabilidad, como si de un péndulo se tratase, que conduce a la formación de ondas superficiales y, con el tiempo, internas, ya que la película líquida por calentarse en la cabeza o absorber un liviano vapor se estratifica establemente. En superficie las ondas se denominan capilares (o capilaro-gravitatorias en presencia de gravedad) o dilatantes (debido a la aparente compresión-expansión que se observa). En

el volumen su estudio fue hecho en la atmósfera por Brunt y en el océano por Väisälä, de ahí que se las denomine ondas de Brunt-Väisälä.

Las Figuras 19 a 21 ilustran los fenómenos observados en mi laboratorio por A. Wierschem y H. Linde. Este último ya había hecho observaciones idénticas hace casi cuarenta años, pero hemos tardado esas décadas en dar una explicación adecuada. Lo extraordinario de los fenómenos observados —en nuestra interpretación teórica— es que las propiedades de las ondas suscitadas en las Figuras 19 a 21 son (cinemáticamente) idénticas a las descritas hace un siglo por J. S. Russell y H. Bazin para ondas en canales de agua y, más tarde, por E. Mach y colaboradores en choques gaseosos, y en resaltos hidráulicos por diversos otros autores. Esas propiedades fueron luego redescubiertas integrando numéricamente ecuaciones de ondas extraídas mediante apropiadas simplificaciones de las ecuaciones de Navier y Stokes. N. Zabusky M.D. y Krustal (1965) los denominaron solitones en fluidos ideales sin viscosidad y otros medios no disipativos. La palabra solitón es la contracción de onda solitaria y partícula (electrón, protón, etc.), porque tanto en colisiones frontales o de ángulo arbitrario y en reflexiones en paredes dichas ondas aisladas (onda solitaria) o cada cresta seguida individualmente se comportan como partículas. Por eso en nuestro caso hablamos de solitones disipativos. Ondas solitarias, solitones y resaltos (solitónicos) aparecen en diversas situaciones atmosféricas, en ríos (“mascaret” del río Sena, “bore” del río Severn) y en estrechos (como el de Gibraltar) o en el océano (tsunami es una ola gigantesca como etapa final de una onda solitaria que ha podido recorrer tres a cuatro mil kilómetros a unos ochocientos kilómetros por hora, verbi-gracia de Alaska a Hawai). El impulso nervioso, potencial de acción o espiga neuronal es un solitón disipativo que Hodgkin y Huxley caracterizaron teórica y experimentalmente (por lo que recibieron el Premio Nobel). Puede viajar en axones como el del calamar a unos cuatrocientos kilómetros por hora, prácticamente sin deformarse. Recientemente, en mi laboratorio, hemos estudiado tanto ondas solitarias en fluidos como pulsos neuronales. Con gran placer cito a mis preclaros colaboradores A. A. Nepomnyashchy, A. Ye Rednikov, P. Colinet, C. I. Christov, A. Wierschem, V. I. Nekorkin, V. A. Makarov y V. B. Kazantsev.

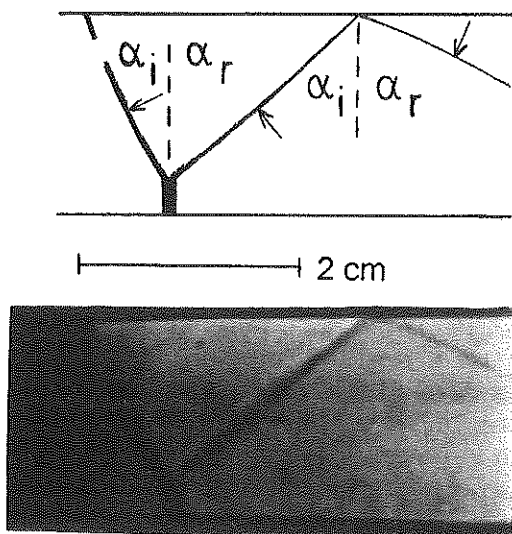


**Fig. 19.** *Trenes de ondas inducidos en una película líquida calentada por el aire o cuando un vapor liviano es absorbido por el líquido: (a) vasija cilíndrica circular; (b) vasija anular cilíndrica circular. La visualización es por ombroscopía enviando luz de abajo arriba. El sentido de giro a izquierdas o derechas es arbitrario y, en principio, equiprobable.*



**Fig. 20.** *Secuencia de colisiones sincrónicas entre dos trenes de ondas contra-rotantes, en un experimento y con visualización ombroscópica como para las Figuras 19 (a) y (b). Cada choque de sendas crestas es típicamente solitónico en sus propiedades cinemáticas.*





**Fig. 21.** Doble reflexión normal ( $\alpha_i \approx \alpha_r$ ) y anómala (con brazo de Russell-Mach). Visualización por ombroscopía y experimento como en las Figuras 19 y 20. La reflexión de Russell-Mach es típicamente solitónica.

### 3.3. Estructuras disipativas y relojes biofísicoquímicos

#### 3.3.1. La revolución de Belusoff y Zhabotinsky

Formas espaciales, geoméricamente estructuradas, en sistemas reactivos, así como oscilaciones temporales de las concentraciones de reactivos eran ya conocidas en el siglo XIX, tras los trabajos de F. Runge (1855), R. Liesegang (1898) y otros. Su correlación con la biología y los procesos vitales ya fue pioneramente establecida por, al menos, S. Leduc y Bénard hacia 1900, e incluso por Lord Rayleigh (1917), aunque este último, menos metafísico que los otros, no comentó sobre la eventual transcendencia ideológica del asunto, a pesar de haber sido junto con Lord Kelvin (1854) quien inició el desarrollo de la termodinámica de los procesos disipativos fuera del equilibrio, continuada, magistralmente, por Onsager (por ello Premio Nobel en 1968), Prigogine, G. Nicolis y J. Ross, quedando mucho por hacer si es que llega a hacerse.

Más tarde, W. Bray (1921) puso de manifiesto que en un cierto proceso reactivo había oscilaciones temporales de los reactantes y atribuyó su origen a mecanismos de autocatálisis. Más recientemente, ya en 1958, B. P. Belusoff descubrió que en el proceso reactivo de bromato potásico, sulfato cérico y ácido cítrico, en ácido sulfúrico diluido, la razón de las concentraciones del ión cérico (Ce-4+) a ceroso (Ce-3+) variaba rítmicamente en el tiempo, constituyendo un auténtico reloj. Su tesis doctoral fue rechazada por la comunidad científica. Después A. Zhabotinsky (1964) puso de manifiesto que lo mismo ocurría si se cambiaba el ácido cítrico por malónico, bromomalónico o análogo; e incluso si el Cerio se substituía por Manganeso u otro catalizador. Tras éstos ha habido numerosos experimentos destinados a ilustrar la gama amplia de estructuras espaciales, temporales o espacio-temporales que pueden obtenerse en reacciones suficientemente alejados del equilibrio, en ocasiones violentamente como fue descrito, hace cincuenta años, para ciertos procesos de combustión, por N. N. Semenov (Premio Nobel de Química), D. A. Frank-Kamenetsky y Ya. B. Zeldovich. La comunidad científica ha rehabilitado, difunto ya, a Belusoff.

Veamos diversas posibilidades fenomenológicas de coherencia y cooperatividad o sinergesis en un modelo sencillo de sistema reactivo abierto y funcionando muy alejado del equilibrio con algunos de los elementos típicos de un sistema biofísico-químico: (i) autocatálisis, que en el caso más sencillo sería un paso de reacción  $X+Y \rightarrow 2X$  entre dos reactantes X e Y; (ii) saturación que obedezca a la ley de Michaelis-Menten para enzimas, ladrillo fundamental de la sinergesis bioquímica, con la velocidad de reacción  $X/(1+qX)$ , donde q es un parámetro que da una idea de la potencia de la saturación. Variar q puede significar tomar otra enzima en otra vasija; y, por último, (iii) tanto X como Y pueden difundirse, ir de un punto a otro de la vasija de reacción.

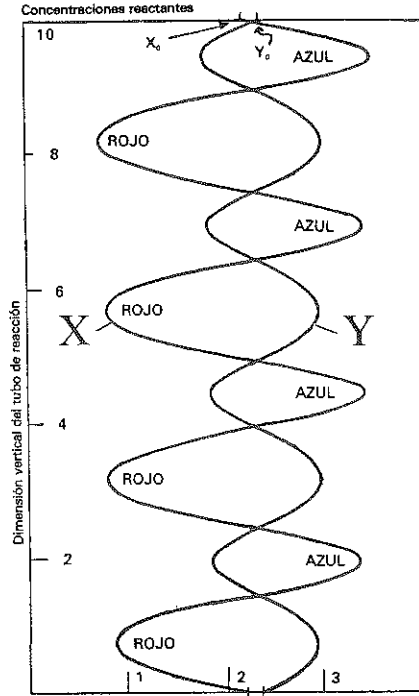
Un esquema *global* que involucre esas características, es el siguiente:



donde A y P se consideran productos cuya concentración mantenemos constante desde el exterior y por eso el sistema está abierto. Como sólo consideramos pasos de reacción que proceden de izquierda a derecha estamos suponiendo un proceso *infinitamente* alejado del equilibrio. ¿Qué puede ocurrir a partir de unas concentraciones iniciales de A, X y P?. No podrá ir a un estado de equilibrio termodinámico por la restricción que hemos hecho en los pasos de reacción. Un posible estado estacionario es el que corresponde a  $Y_o=1-qA$  y  $X_o=A/Y_o$ , que es homogéneo (las concentraciones  $X_o$  e  $Y_o$  son las mismas por doquier en la vasija) y único. Pero ¿es siempre estable este estado estacionario homogéneo frente a cualquier perturbación externa (variaciones de A) o fluctuación interna (variaciones de X e Y)? La respuesta es negativa.

En efecto, perturbando A o q (es decir fijado A y observando otra vasija de reacción con otro enzima que se rija por una forma cuantitativamente distinta de la misma ley de saturación), resulta que el proceso puede conducir a: (i) estados estacionarios inhomogéneos de modo que la distribución espacial en la vasija de reacción de las concentraciones de los reactantes X e Y forma una estructura geométrica bien definida denominada *estructura disipativa espacial*, según Turing y Prigogine. La Figura 22 da una idea cualitativa de lo que ocurre en la reacción de Belusoff-Zhabotinsky y en otros muchos sistemas biofísicoquímicos; (ii) un valor de las concentraciones de X e Y dependiente del tiempo con un periodo bien definido. Es el caso de la oscilación temporal de un reloj biofísicoquímico mantenido por el continuo aporte de A para que el proceso reactivo pueda seguir desarrollándose mientras queramos. Tales relojes (*ciclos límites*) del proceso o del sistema son ejemplo de *estructura disipativa temporal*; (iii) una distribución espacial geométricamente bien definida, pero con concentraciones que a su vez oscilan en el tiempo con período bien definido. Es la *estructura disipativa espacio-temporal*, y (iv) propagación de diversas ondas y pulsos como espirales o solitones disipativos. Si hubiese tres o más reactantes intermedios, cabría asimismo un funcionamiento *caótico* determinista del proceso, en el tiempo o espacio-temporalmente, y, por tanto, un atractor aperiódico, caótico, del sistema, ya mencionado, que correspondería a distribución dinámica errática de las concentraciones de los reactantes en la vasija. Conviene subrayar que el reactante A se añade desde el exterior al sistema de manera incoherente, dirí-

amos aleatoria, y sin embargo el sistema lo recoge para organizarse, para establecerse en un modo de funcionamiento colectivo y sinérgico, tal y como análogamente ocurre con el calor en las celdas de Bénard.



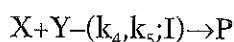
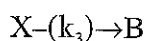
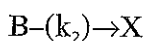
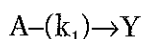
**Fig. 22.** Estructura disipativa espacial química. Ilustración esquemática de lo que ocurre en el caso segundo de la figura 9 (a).

Ahora cabe preguntarse: ¿cuándo y bajo qué condiciones se da una u otra estructura disipativa?. Y una vez dadas ¿en qué rango de fluctuaciones de A, X e Y son estables?, e incluso, dado un reloj biofísicoquímico, un ciclo límite, para el enzima  $q_1$ , ¿dará lugar el enzima  $q_2$  también a un comportamiento temporal, periódico para los mismos valores de A y P? El problema demanda el estudio de la estabilidad del reloj frente a perturbaciones externas (A) y frente a fluctuaciones de las concentraciones de los reactantes X e Y. Podría ocurrir que pudiésemos desestabilizar un ciclo límite dado, de modo que el proceso tomase otra oscilación, o una estructuración espacio-temporal diferente, y así

mediante transiciones, unas después de otras, fuese evolucionando. Por eso si al final de una serie de transiciones el sistema *recordase* las etapas intermedias e incluso su situación inicial, entonces tendríamos una forma primitiva de *código genético* del mismo, como hemos mencionado anteriormente.

### 3.3.2. Descripción probabilista de un reloj biofísicoquímico

Profundicemos algo más sobre lo que son los niveles macro—, meso— y microscópico usando un proceso cíclico biofísicoquímico observado con un cultivo bacteriano de *Klebsiella Aerogenes*. H. Degn (1969) propuso que el proceso respiratorio de ese un cultivo podía ser descrito, cualitativamente, con unas pocas variables y un sencillo esquema reactivo

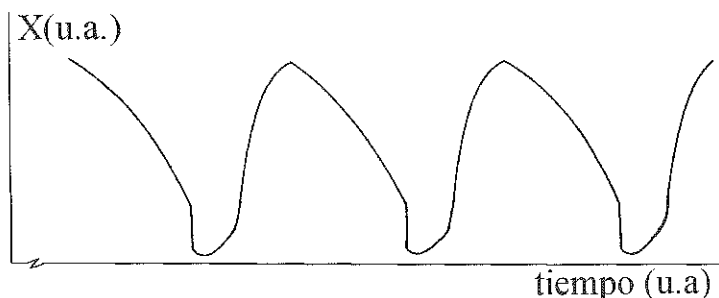


simulando X e Y las concentraciones de oxígeno y substrato alimenticio, respectivamente. A es una magnitud cuyo control externo se supone posible. P denota el producto final de desecho. Las variables  $k_i$  ( $i=1,2,\dots,5$ ) dan los ritmos de los correspondientes pasos reactivos. El proceso denotado por (I) corresponde a una señal inhibitoria cuando hay exceso de oxígeno ya que, según la observación experimental, hay máximo consumo de oxígeno cuando su concentración es lo más baja posible. Una forma matemática para su descripción es la ley  $X/(1+qX^2)$  que extiende a un orden superior la citada ley de Michaelis-Menten. El parámetro q es una medida de la intensidad de inhibición. El esquema reactivo-respiratorio arriba descrito se expresa matemáticamente mediante dos ecuaciones diferenciales alineales acopladas y fue estudiado en detalle por V. Fairén (1979). En forma compacta se puede escribir

$$dX/dt=F(X, Y; k_2, k_3, k_4, k_5)$$

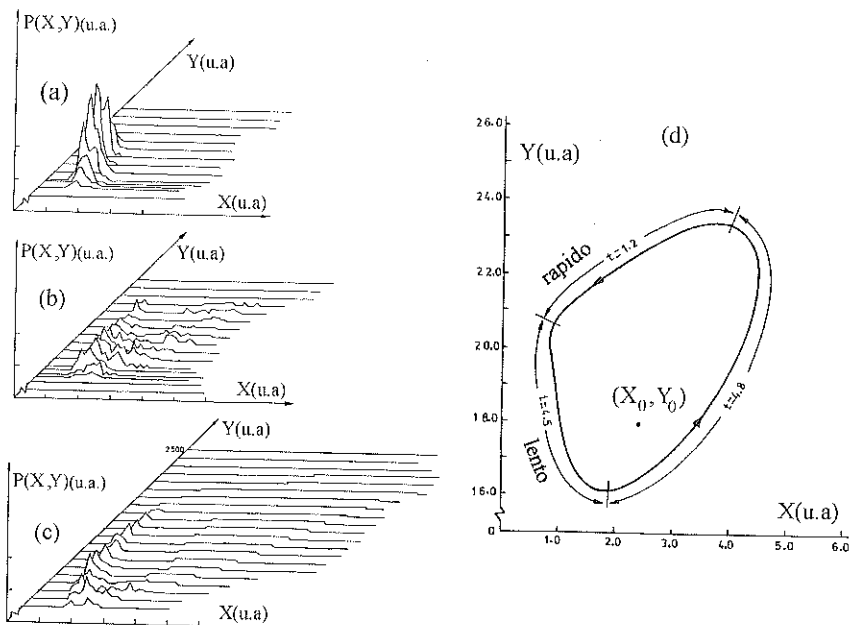
$$dY/dt=G(X, Y; k_1, k_4, k_5)$$

que son las ecuaciones macroscópicas deterministas del sistema. Como se suponen los pasos reactivos de acción instantánea, dos es el número mínimo de variables para que el proceso biofísicoquímico global pueda ser cíclico. La Figura 23 da idea de la periodicidad en la evolución del oxígeno.



**Fig. 23.** *Reloj bioquímico ilustrado con una variable [segundo caso de la figura 9 (b)] en el proceso respiratorio del cultivo bacteriano de Klebsiella Aerogenes.*

Veamos ahora el mismo proceso desde sus niveles micro- y mesoscópico. Como ya hemos indicado, en un proceso natural o en el laboratorio, generalmente, los valores de las concentraciones de A, B, X e Y sólo están controlados en media. Si admitimos que, por la aleatoriedad de los movimientos moleculares, fluctúan y tratamos de simular la evolución estocástica del proceso global, podríamos hacerlo usando el método de Montecarlo. En el caso que aquí tratamos, supondremos para simplificar que el proceso es Markoffiano (en cada instante lo que ocurre sólo depende de lo que ocurrió en un instante inmediatamente anterior), los pasos reactivos no cambian en el transcurso del tiempo, las concentraciones de A y B se pueden controlar, y en cada colisión molecular microscópica sólo hay un salto o paso unitario en el tiempo. Entonces cabe prescindir de las variables (X, Y) del sistema introduciendo una distribución de probabilidad cuya evolución viene dada por una ecuación estocástica cuyas soluciones deben reproducir los resultados experimentales y las propiedades de las soluciones de las ecuaciones macroscópicas deterministas. La Figura 24 da cuenta de cómo la alternancia cíclica en el proceso respiratorio (X, Y) apa-



**Fig. 24.** Descripción probabilista de un reloj bioquímico con dos magnitudes oscilatorias análogamente a lo descrito para estados estacionarios en la Figura 7: (a) distribución de probabilidad máxima,  $P(X,Y)$ , sobre el estado estacionario estable  $(X_p, Y_p)$  del cultivo bacteriano de *Klebsiella Aerogenes*; (b) pérdida de estabilidad del estado estacionario y transición hacia un estado oscilatorio; (c) distribución de probabilidad (estacionaria) como cráter sobre el ciclo límite correspondiente a la figura 12; (d) recorrido del reloj químico con velocidad variable en el ciclo de la figura 12, ilustrado usando las dos variables  $(X,Y)$  del sistema.

rece a partir de la descripción probabilista  $P(X, Y)$ . Comparando las Figuras 24 c y d, puede observarse cómo en zonas donde la probabilidad es más alta y picuda, la velocidad es menor relativamente a las otras zonas donde la probabilidad está más aplanada. Más aún, ha sido demostrado por Ross y colaboradores que el producto de la velocidad a lo largo del ciclo por el área de la sección de la distribución de probabilidad, en cada instante, es constante en su recorrido. Vemos así, cómo la descripción probabilista complementa y, en lo esencial, corrobora lo que predice la teoría macroscópica, en este caso concreto.

### 3.4. Replicación de formas u ondas

Cuando se estudia la aparición o creación de una forma o una onda en un sistema, queda uno fascinado por cómo movimientos erráticos de moléculas, unidades o elementos del sistema, se autoorganizan espontáneamente y dan lugar a comportamientos colectivos que claramente no son el resultado de la simple adición de las partes. Ya lo habíamos señalado antes al hablar de los movimientos convectivos en las celdas de Bénard (Figuras 10-12). Onsager para los problemas de equilibrio y Haken para la dinámica fuera de él nos proveyeron recetas para entenderlo. El primero nos mostró cómo el límite termodinámico de infinitas moléculas en un volumen infinito, pero de densidad finita, consigue algo singular que no existe cualquiera que sea el número finito de moléculas consideradas en un volumen finito. M. E. Fisher clarificó luminosamente ese proceso para un sistema de espines estudiando lo que pasaba en redes de  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$  y así sucesivamente. Se ve la tendencia a una singularidad del calor específico o respuesta del sistema de acuerdo con el resultado obtenido por Onsager. Haken nos enseñó cómo entre la multitud de variables de un sistema complejo sólo cuentan unas pocas, los líderes, y es su evolución la que comanda al resto. Prigogine puso de manifiesto cómo es en las transiciones cuando los líderes pueden cambiar porque entonces muchas fluctuaciones compiten y esas fluctuaciones corresponden a líderes potenciales. Las connotaciones políticas de lo dicho son obvias, pero no menos atrevidas y, quizá, infundadas.

El siguiente problema que fascina, particularmente en la evolución de lo viviente, es cómo una forma o un proceso oscilatorio, una onda, se replica y con ello también se replica una función. La replicación de formas parece previa a la de función, aunque el proceso puede haber ido ocurriendo por sucesivas etapas sin sistemática programada. Una forma por mínima que sea se replica, dando una nueva función por sencilla que sea que ayuda a replicar otra u otras formas con posibles alteraciones que pueden dar lugar a nuevas funciones y así sucesivamente. F. Jacob ha subrayado cuánto este proceso tiene de chapucero y cómo la historia determina mucho del presente e influye sobre el futuro. Me limitaré aquí a dar un ejemplo sencillo de replicación en un modelo muy simplificado de proceso reactivo con difusión mimético del que correspondería a las Figuras 9 y 22.



Consideremos una red, por ejemplo, de  $N \times N$  elementos, en la que los nudos son elementos dinámicos reactivos y las uniones simples resistencias difusivas. Es la formulación discretizada de un sistema de reacción-difusión como los mencionados anteriormente. Para que la dinámica pueda tener visos de relevancia bioevolucionaria, consideremos que cada elemento dinámico bioactivo sea biestable y para simplificar con sólo la posibilidad de, digamos, estar de pie o sentado, o sea dos estados estacionarios estables. Nótese que podríamos haber escogido biestabilidad entre un estado estacionario y una oscilación o vibración en ciclo límite o entre dos ciclos límite, etc. Si  $u$  denota la magnitud evolutiva de esos elementos y  $f$  describe la alinealidad en la dinámica reactiva, entonces la evolución cabe describirla por la ecuación

$$du_{j,k}/dt = f(u_{j,k}) + \kappa(u_{j+1,k} + u_{j-1,k} + u_{j,k+1} - 4u_{j,k})$$

donde  $f(u) = u(u-1)(a-u)$ ,  $0 < a < 1$  es el modelo introducido por FitzHugh, Nagumo y colaboradores, para dar cuenta cualitativa de la evolución de potenciales de acción o espigas neuronales, estudiada por Hodgkin y Huxley. Schlögl, separadamente, propuso ese modelo como el de mínima complejidad para estudiar sistemas reactivos.  $\kappa$  caracteriza el valor de la interacción o difusión entre los nudos reactivos, cuyas coordenadas en el espacio  $N \times N$  son  $j, k$  (filas y columnas, respectivamente). Las ecuaciones para  $u_{j,k}$  son la versión discretizada de las ecuaciones continuas dadas para  $X$  e  $Y$  en la sección 3.3.2, a las que se ha añadido el término difusivo con el laplaciano discretizado. Como la dinámica definida por  $f$  permite tres estados, dos biestables y uno inestable, cada nudo puede, pues, estar en uno u otro de los biestables. Y como el número de nudos es  $N^2$ , entonces el número de posibles formas es extraordinario, dos elevado a  $N^2$ , a pesar de la sencillez del modelo. Entre esas posibilidades hay las de la Figura 25. Sin embargo, no todos los valores de  $\kappa$  permiten que haya una forma de entre esa multitud de posibles. En efecto, se demuestra que sólo si

$$\kappa < \min \left\{ -f_{\min} / 4(1-u_{\min}), f_{\max} / 4(1+u_{\max}) \right\}$$

una de tales formas de posible deviene realizable. Condiciones similares son las que se obtienen para los sistemas continuos como el de la sección 3.3.2.

Producida una forma, veamos cómo cabe duplicarla y, en general, replicarla cuantas veces queramos con controlable grado de fiabilidad en el proceso. Nos referimos a una copia o replicado dinámicos y no a la mera reproducción que una fotocopiadora hace. Para ello, en el caso más sencillo consideremos que tenemos a nuestra disposición otra red,  $N \times N$ , idéntica a la anterior. Sea  $v$  la magnitud evolutiva de la misma. Entonces su evolución viene dada por la misma ecuación que obedece  $u$ , pero si añadimos la interacción que también tomamos difusiva con la primera red o red patrón, la evolución de  $u$  viene dada por

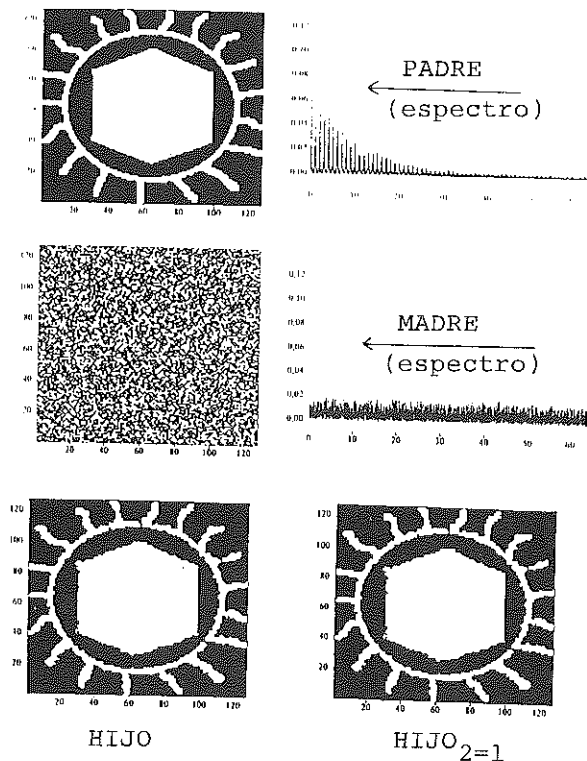
$$dv_{j,k}/dt = f(v_{j,k}) + \kappa(v_{j+1,k} + v_{j-1,k} - v_{j,k+1} + v_{j,k-1} - 4v_{j,k}) - h(v_{j,k} - u_{j,k})$$

donde  $h$  da el valor de la interacción interred de  $v$  con  $u$ . Obviamente a la ecuación anteriormente escrita para  $u$  hay que ahora añadir el término  $h(u_{j,k} - v_{j,k})$ . Como dada una forma estacionaria en la red  $u(N \times N)$  queremos hacer una réplica en la  $v(N \times N)$  habremos de buscar cuándo ello es posible. En efecto, no todos los valores de  $h$  lo permiten. Se demuestra que la posibilidad de duplicación puede hacerse realidad si  $h > (1 - a + a^2)/6$ .

La Figura 25 ilustra el proceso de replicación de una forma. Podemos ir viendo la evolución del proceso replicativo gracias a la medida

$$\text{dist}(u, v) = [\sum_{j,k=1, \dots, N} (u_{j,k} - v_{j,k})^2]^{1/2} / N$$

que es una función del tiempo y cuyo valor tiende a cero al acabar el proceso de replicación.



**Fig. 25.** Creación de una forma y su replicación dando “gemelos”. En una red  $N \times N$  se dan a cada nudo valores, verbigracia de  $u_{i,k}$ , que hagan el punto blanco o negro y se integra el sistema evolutivo de  $u_{i,k}$  de modo a crear la figura superior izquierda (padre) cuyo espectro de Fourier viene dado en la esquina superior derecha. Después tomamos otra red  $N \times N$ , verbigracia  $v_{i,k}$  (madre), que preparamos en un estado caótico (puntos blancos y negros colocados al azar en filas y columnas) cuyo espectro de Fourier es ruido plano (de ancha banda). Puesta en marcha la interacción entre ambas redes al cabo de un cierto intervalo de tiempo veremos aparecer en las redes  $u_{i,k}$  y  $v_{i,k}$  sendos hijos que si el proceso es de sincronización serán gemelos cuyo grado de fidelidad en la reproducción del padre o de la madre podemos controlar.

También podemos controlar el grado de fidelidad de la copia o incluso podemos ver cómo en ocasiones se producen dos copias que sólo poseen del original unas pocas características tal y como —metafóricamente— ocurre con los hijos, que no son copias idénticas de los padres. El grado de fidelidad en el copiado depende obviamente de los valores dados a los parámetros  $a$ ,  $\kappa$  y  $h$ .

Lo que hemos ilustrado para formas en un sistema con biestabilidad en la dinámica de cada nudo se ha generalizado a la replicación de movimientos ondulatorios y otras estructuras espacio-temporales, con dos o numerosas redes interactuando entre sí como en un sistema con multicapas. Me permito aconsejar la lectura de algunos de nuestros trabajos recientes, citados en la Bibliografía, para obtener detalles de dichos procesos y logros.

#### **4. COMENTARIOS ADICIONALES SOBRE LA EVOLUCIÓN Y EL CAOS EN SISTEMAS O PROCESOS DETERMINISTAS**

Hemos ido ilustrando con ejemplos cómo sistemas gobernados con leyes alineales pueden evolucionar y replicarse, autoorganizándose de manera extraordinaria. Volvamos a cuestiones generales y básicas sobre las que conviene insistir.

##### **4.1. Introducción**

Una Ley de I. Newton da una relación entre aceleraciones y posiciones de los cuerpos estando así el sistema *determinado* a partir de sus condiciones iniciales (c.i.) —en su espacio de fases que aquí es el agregado de sus coordenadas de posición y valores de velocidades en un instante dado (con el resto de los parámetros fijados). Al intentar obtener los valores de posiciones y velocidades en instantes futuros la situación es drásticamente diferente según que el sistema (en general alineal) sea *integrable* (caso Kepleriano de dos cuerpos) o no. La mayoría de los sistemas Newtonianos no lo son, ya que en la vecindad de un sistema integrable hay infinidad no integrables, aunque preserven la energía. Por ejemplo, con tres cuerpos, tal como el Sol, la Tierra y la Luna, se ha demostrado que el sistema se desintegrará *a largo plazo* (millones de años). Así, contrariamente a lo que parece imaginaron Newton y otros clásicos, ecuaciones deterministas no siempre implican, necesariamente, un universo evolucionando ordenada y regularmente. Situación similar existe cuando hay *disipación*, que conlleva no integrabilidad. En la vecindad de un sistema conservativo hay infinidad disipativos. Por eso la mecánica Newtoniana es *estructuralmente* inestable.

Ya hemos mencionado que en una evolución caótica disipativa, la trayectoria puede no acabar en un punto (estado estacionario) ni en una línea cerrada (órbita periódica o ciclo límite) sino que en el espacio tridimensional puede indefinidamente alabear, cruzándose a sí misma sin cortarse, por lo que aparece de longitud "infinita", no medible, aunque esté confinada a un dominio finito del correspondiente espacio (de fases) ocupando "volumen" nulo por ser disipativa: ni un punto, ni una línea ni un volumen sino algo de dimensión no entera que es un atractor caótico *fractal* (Fig. 4 c). Como en un sistema caótico, según hemos dicho, pequeñas causas, cambios ínfimos en las c.i. pueden tener grandes efectos aun cuando todo esté determinado y no haya elementos aleatorios se habla de impredecibilidad a *largo* plazo en un sistema determinista de modo que el azar aparece donde, de entrada, no lo había. Datos climáticos, fluidodinámicos (turbulencia), series temporales biológicas o ecológicas, índices de la Bolsa, etc. muestran tanto regularidades como caoticidad. Simplificando cabe decir que un sistema caótico está continuamente explorando trayectorias periódicas (ciclos límite) en las que sólo permanece un intervalo finito, no "largo", de tiempo. Por eso, para controlar y regularizar a un sistema caótico cabe hacerlo con una señal resonante, aunque débil, con alguno de sus aparentes ciclos límite, lo que ha conducido a aplicaciones ingenieriles a partir de investigación básica.

La clara separación entre sistemas dinámicos sencillos y complejos puede ser ilusoria o inexistente. Unas mismas ecuaciones aparentemente sencillas pueden conducir a trayectorias o evoluciones tanto sencillas como complejas, regulares como erráticas. Sistemas aparentemente muy parecidos pueden, en realidad, poseer comportamientos cualitativos muy diferentes. Un mismo sistema, desde c.i. muy próximas, puede terminar muy diferentemente. Lo dicho se refiere al caos temporal y por analogía se extiende a sistemas caóticos en su desarrollo espacial o espacio-temporal.

#### **4.2. Sistemas discretos o aplicaciones. Un ejemplo sencillo para ilustrar algunas cascadas hacia el caos determinista**

Los sistemas dinámicos discretos son aquellos en los que las variables toman valores en instantes aislados del tiempo, separados aunque equidistantes entre sí. En el caso de una sola va-

riable  $x$ , la expresión general de sistema discreto es  $x_{t+1}=g(x_t)$ , donde el tiempo  $t$  puede tomar los valores  $0,1,2,\dots$ , y la función "g" es conocida. Dado un valor inicial o semilla,  $x_0$ , la evolución del sistema viene dada por la iteración  $x_1=g(x_0)$ ,  $x_2=g(x_1)=g(g(x_0))$ , etc. Obsérvese que cualquier toma de datos en una medida da una sucesión discreta de la que interpolando y/o extrapolando se suele sacar una ley continua. Por otro lado, si tenemos una ley continua y presenta periodicidad, cortándola con un plano perpendicular a la trayectoria proporciona una sucesión discreta (aplicación de Poincaré) con los puntos de corte. El estudio de muchísimos sistemas con un número grande de dimensiones puede reducirse al estudio de sistemas discretos o aplicaciones con una o pocas variables. Estos, como los continuos, pueden presentar comportamientos tanto regulares como caóticos. Por su simplicidad han proporcionado modelos para sistemas físicos, químicos, biológicos, etc. fácilmente analizables con computador.

Un ejemplo sencillo es la ecuación logística,  $x_{t+1}=r x_t(1-x_t)$ , que permite describir, aunque sólo sea caricaturalmente, multitud de sistemas como reacciones químicas, la evolución temporal de poblaciones en un territorio dado, datos de bolsa, etc. Si acotamos el valor del parámetro "r" entre 1 y 4 e imponemos que la entrada  $x_t$  pertenezca al intervalo unidad (0, 1), entonces la salida  $x_{t+1}$  también estará comprendida entre 0 y 1. Para estudiar la ecuación logística basta emplear una calculadora de bolsillo programable capaz de iterar a partir de una semilla  $x_0$ . Conviene iterar hasta que desaparezca el régimen transitorio que para el caso considerado, en la práctica se reduce a unas doscientas cincuenta veces, y posteriormente otras tantas que aseguren la convergencia. Se observa que pequeñas variaciones en el valor de r, que será el mismo en cada iteración, conducen a resultados diferentes en el comportamiento de  $x_t$ . Si r es inferior a un valor crítico, aproximadamente  $r_c=3,56$ , las trayectorias resultantes son regulares, pero si r es mayor que  $r_c$  serán caóticas. Cuando r es menor o igual que  $r_1=3$ , todas las trayectorias tienden a un valor constante, el atractor  $x^*=(r-1)/r$ , independiente de la semilla al crecer el tiempo. Se obtiene también que si r aumenta de valor,  $x^*$  también lo hace, pero si r es mayor que  $r_1 = 3$ , aunque las trayectorias siguen siendo regulares, ya no hay un final común para todas ellas, sino que tienden a oscilar periódicamente entre dos valores  $x^*_1$  y  $x^*_2$ . Cuando r supera el valor  $r=3,45$ , las trayectorias tienen un atractor, ciclo límite, de periodo doble. De esta forma

se van encontrando los valores  $r_3, r_4, r_5, r_6, \dots$ , tales que para  $r > r_n$  las trayectorias tienden a ciclos sucesivos de periodo  $2^n$  después de su primera duplicación. Para valores de  $r > r_c$  las trayectorias recorren el intervalo  $(0,1)$  de forma aleatoria, de modo que dos semillas próximas acaban dando lugar a trayectorias y/o finales de trayectoria muy diferentes. Esta es la mencionada propiedad de sensibilidad a variaciones en las condiciones iniciales. Jocosamente, Lorenz la denominó "efecto de la mariposa" en la predicción meteorológica. En efecto, dados la velocidad del viento, su humedad relativa, su temperatura,... en un lugar dado del planeta, y hecha la predicción meteorológica de soleado y seco en otro lugar para un día posterior, la perturbación de la velocidad del viento debida al vuelo de una mariposa puede que afecte tan drásticamente a la evolución de la atmósfera que en vez de sol haya lluvia. Por último, en el intervalo entre  $r_c$  y 4 aparecen ventanas de comportamiento regular. Tales movimientos regulares pueden estar arbitrariamente cerca de otros erráticos. La transición al caos por duplicación de períodos en un sistema determinista fue descubierta en 1978 por M. J. Feigenbaum, Couillet y C. Tresser. Se asemeja a la descripción debida a M. E. Fisher, L. P. Kadanoff, B. Widom, R. W. Griffiths, y Wilson, entre otros, de las transiciones y fenómenos críticos en equilibrio, como el mencionado ferromagnetismo, pese a que en éste lo aleatorio tiene origen probabilista y no determinista.

Esa ruta al caos, descrita anteriormente para la ecuación logística, es una cascada que siguen aplicaciones con un máximo de tipo cuadrático. No es la única vía hacia el comportamiento caótico. Hay otras posibilidades como la propuesta por Ruelle, F. Takens y S. E. Newhouse por la que sistemas que presentan movimientos cuasiperiódicos con tres frecuencias incommensurables, cuyas trayectorias se encuentran en un toro tridimensional, pasan a exhibir atractores caóticos cuando experimentan perturbaciones arbitrariamente pequeñas. Muy someramente cabe decir que, dado un comportamiento cuasiperiódico con dos frecuencias, como el descrito por una trayectoria que recorra la cámara neumática de una rueda de coche, si aparece una tercera hace que el sistema cambie de comportamiento, pasando a caótico. Esa tercera frecuencia viene ruidosa con un espectro que tiene excitada la frecuencia "nula" o sea el periodo "infinito", el más largo posible en el sistema. Otras cascadas de transición al caos son ciertas "intermitencias" descubiertas por Y. Pomeau (1978) en las que, por ejemplo, el comportamiento periódico del siste-

ma se transforma de modo ocasional en caótico a lo largo del tiempo. Al aumentar el valor del parámetro de transición del sistema, la pauta caótica se hace cada vez más persistente, acabando por ser la única reconocible. Las mencionadas cascadas hacia el caos han sido observadas en hidrodinámica y con relojes químicos y eléctricos, gracias a los trabajos de P. Bergé, A. Libchaber, J. Gollub, H. Swinney, entre otros. Su generalización para evoluciones espacio-temporales y su posible relación con el fenómeno de la turbulencia son objeto de intenso estudio en la actualidad, con posibles implicaciones científicas e ideológicas lejanas a la física.

## 5. CONSIDERACIONES FINALES

Un éxito de la física es su capacidad predictiva. Por ejemplo, conocida la ley de evolución de un sistema —mediante una ecuación continua o discreta, diferencial o funcional— y su “estado” en un instante dado, queda fijado, en teoría, su comportamiento en el futuro. Cuando se puede encontrar la solución general de la misma, se dice que el sistema es integrable y su comportamiento es “regular”. Tal fue la teoría de Newton al dar cuenta de las órbitas descubiertas por J. Kepler. Sin embargo, resulta que en la vecindad de cualquier sistema integrable hay una infinidad de no integrables, de modo que si variamos ligeramente la ley de evolución caemos en un caso no integrable, lo que, precisamente, ocurre con las leyes de Newton. Más aún, como ya antes hemos mencionado, en la vecindad de cualquier sistema no integrable, aunque conservativo, porque su energía inicial no cambia en el transcurso del tiempo, hay una infinidad de sistemas que no son conservativos, para los que en el transcurso del tiempo se disipa, por ejemplo, en forma de “calor”. En tales circunstancias todo es posible, desde el comportamiento regular hasta la caoticidad y el determinismo no predictivo. Muchas leyes físicas son alineales y, generalmente, las de los sistemas disipativos lo son cuando estamos muy alejados del equilibrio, de modo que en raras ocasiones se pueden obtener soluciones exactas de sus ecuaciones de evolución. En defecto de las mismas es necesario recurrir a métodos numéricos, intrínsecamente aproximados, puesto que los datos iniciales siempre están afectados por el error de toda medida y la capacidad, siempre finita, del computador que utilizemos. De ahí que el proceso iterativo de cálculo puede dar lugar a la pérdida



de predicibilidad; tanto mayor cuanto más nos alejamos del instante inicial. Eso es el comportamiento caótico, el caos determinista para sistemas, leyes o parámetros no estocásticos. Pero ¡cuidado! un sistema puede presentar movimientos regulares, íntimamente entrelazados con caóticos, para condiciones iniciales arbitrariamente cercanas. Así, pues, con esta visión del caos, tanto el viejo mecanicismo reduccionista, que encarna la creencia en la capacidad predictiva de la teoría y, en consecuencia, presupone que todos los movimientos de los sistemas son “regulares”, como la aproximación probabilista en la que los movimientos son “aleatorios”, constituyen sólo modelos muy particulares de la evolución de los sistemas dinámicos. La norma general es que un mismo sistema presente diversidad en las etapas de su evolución, según los valores de sus parámetros de control o de sus ligaduras externas, independientemente de que conste de unos pocos o muchísimos “grados de libertad”. Este importante resultado permite abandonar la concepción clásica de lo complejo como simple acumulación de elementos simples, para llevarnos a algo cualitativamente distinto, donde el todo no es la “simple” suma de las partes que, determinista o probabilísticamente, es el aspecto sinérgico o sinérgico de los sistemas complejos.

Suele ser fácil identificar lo sencillo y, en el extremo opuesto, lo complejo. En cambio, definir la complejidad o trazar la raya de separación entre sencillo y complejo es harina de otro costal o tarea imposible y, finalmente, quizá ajena al interés de un científico por mucho que ello sea de interés para el filósofo o incluso para el hombre de la calle. Ocurre que un sistema, verbigracia una persona, puede exhibir uno u otro de esos comportamientos según las circunstancias. Se ha propuesto como definición de la complejidad (al menos algorítmica) de un sistema o proceso, la longitud del programa mínimo de computador para describirlo. Ciertamente que con tal magnitud un sólido cristalino ideal o un gas perfecto son sencillos mientras que una bacteria, una neurona, nuestro cerebro o una persona son muy complejos, pero la definición da lugar a ambigüedades sobre las que no entraremos. Con el origen de la vida pasa algo parecido. Discriminamos sin problema lo que está vivo de lo inanimado pero ¿dónde está la raya de separación? o ¿cuándo empezó lo vivo?. No creo que haya nunca consenso universal sobre ello ni que, técnicamente, sea problema importante para el científico.

En mi discurso he tratado de mostrar, en la medida de lo posible con ejemplos, algunas propiedades de sistemas que cabe considerar como complejos en algún momento, porque pueden evolucionar tanto de manera regular como caótica y, por ello, impredecible. He tratado de ilustrar cómo hemos ido comprendiendo y describiendo algunos aspectos de dicha evolución, tanto de manera determinista como probabilista o estocástica, habiendo particularmente insistido sobre casos de manifiesta autoorganización y ordenamiento. También he tratado de ilustrar lo que son los niveles macro—, meso— y microscópico en nuestra descripción teórica. He aprovechado para dejar constancia de los nombres de algunos preclaros científicos que han contribuido a crear la ciencia que tenemos. Ni en la descripción de lo que he entendido ni al mencionar los nombres recordados, he podido ni querido ser exhaustivo. Confío en que las pinceladas aquí dadas sean suficientes para haberles interesado con mi discurso. Me permito concluir afirmando que de la ciencia, aunque sea importante lo logrado, como cuerpo de doctrina, mayor interés tiene considerarla como un proceso que durará tanto como el hombre.

He dicho.

## BIBLIOGRAFÍA

### A) Algunas Monografías

1. I. PRIGOGINE e I. STENGERS  
*La nueva alianza. Metamorfosis de la ciencia.*  
Alianza Universidad, Madrid, 1990
2. I. PRIGOGINE  
*La fin des certitudes.*  
O. Jacob, Paris, 1996
3. G. CAGLIOTI  
*Simmetrie infrante nella scienza e nell'arte.*  
Clup, Milano, 1983
4. G. CAGLIOTI  
*The dynamics of ambiguities.*  
Springer-Verlag, Berlin, 1992
5. J. BRIGGS y F. D. PEAT  
*Seven Life Lessons of Chaos. Timeless Wisdom from the Science of Change.*  
Harper Collins, N.Y., 1998
6. H. HAKEN  
*Secreto de los éxitos de la naturaleza. Sinérgica: la doctrina de la acción de conjunto.*  
Argos-Vergara, Barcelona, 1981/Salvat, Barcelona, 1986

7. A. FERNÁNDEZ DÍAZ  
*Dinámica Caótica en Economía*  
McGraw-Hill, Madrid, 2000
8. G. NICOLIS e I. PRIGOGINE  
*Exploring Complexity. An Introduction.*  
Freeman, San Francisco, 1989
9. G. NICOLIS  
*Introduction to Nonlinear Science.*  
Cambridge University Press, Cambridge, 1995
10. G. NICOLIS e I. PRIGOGINE  
*Self-Organization in Nonequilibrium Systems. From Dissipative Structures to Order through Fluctuations.*  
Wiley, New York, 1977
11. P. BERGÉ, Y. POMEAU y CH. VIDAL  
*L'Ordre dans le Chaos.*  
Hermann, Paris 1984
12. W. EBELING y YU. L. KLIMONTOVICH  
*Selforganization and Turbulence in Liquids.*  
Teubner, Leipzig, 1984
13. H. HAKEN  
*Synergetics (3ª edición).*  
Springer-Verlag, Berlin, 1983
14. H. HAKEN  
*Advanced Synergetics. Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices.*  
Springer-Verlag, Berlin, 1983
15. H. HAKEN  
*Information and Self-Organización. A Macroscopic Approach to Complex Systems (2ª edición).*  
Springer-Verlag, Berlin, 2000
16. H. HAKEN  
*Principles of Brain Functioning. A synergetic Approach to Brain Activity, Behavior and Cognition.*  
Springer-Verlag, Berlin, 1996

17. E. L. KOSCHMIEDER  
*Bénard cells and Taylor Vortices.*  
Cambridge University Press, Cambridge, 1993

**B) Algunos artículos de revistas o capítulos de libros**

1. CH. NORMAND, Y. POMEAU y M. G. VELARDE  
*Convective instability: A Physicist's Approach.*  
*Revs. Modern Phys.* **49**, 581-624, 1977
2. V. FAIRÉN y M. G. VELARDE  
*Time periodic oscillations in a model for the respiratory process of a bacterial culture.*  
*J. Math. Biology* **8**, 147-157, 1979
3. M. G. VELARDE y C. NORMAND  
*Convection.*  
*Scientific American* **243** (1), 92-108, 1980
4. M. G. VELARDE  
*Dissipative structures and oscillations in reaction-diffusion models with or without time-delay.*  
*Stability of Thermodynamic Systems*, J. Casas-Vázquez & G. Lebon (editors), Springer-Verlag, N.Y., pp. 248-278, 1982
5. M. G. VELARDE  
*Bénard convection and Laser with saturable absorber. Oscillations and Chaos.*  
*Evolution of Order and Chaos*, H. Haken (editor), Springer-Verlag, N.Y., pp. 132-145, 1982.
6. M. G. VELARDE y X.-L. CHU  
*Interfacial Oscillators.*  
*Low-Gravity Fluid Dynamics and Transport Phenomena*, J. N. Koster & R. L. Sani (editors), AIAA, Washington D.C., **130**, pp. 241-271, 1990
7. X.-L. CHU y M. G. VELARDE  
*Korteweg-de Vries soliton excitation in Bénard-Marangoni convection.*  
*Phys. Rev. A* **43**, 1094-1096, 1991

8. M. G. VELARDE y X.-L. CHU  
*Dissipative thermohydrodynamic oscillators.*  
*Adv. Thermodynamics* **6**, 110-145, 1992
9. E. DEL RÍO, A. RODRÍGUEZ-LOZANO y M. G. VELARDE  
*A prototype Helmholtz-Thompson Nonlinear oscillator.*  
*Rev. Scient. Instruments* **63**, 4208-4212, 1992
10. P. D. WEIDMAN, H. LINDE y M. G. VELARDE  
*Evidence for solitary wave behavior in Marangoni-Bénard convection.*  
*Phys. Fluids A* **4**, 921-926, 1992
11. H. LINDE, X.-L. CHU y M. G. VELARDE  
*Oblique and head-on collisions of solitary waves in Marangoni-Bénard convection.*  
*Phys. Fluids A5*, 1068-1070, 1993
12. H. LINDE, X.-L. CHU, M. G. VELARDE y W. WALDHELM  
*Wall reflections of solitary waves in Marangoni-Bénard convection.*  
*Phys. Fluids A5*, 3162-3166, 1993
13. M. G. VELARDE  
*Solitary waves, solitons and related (nonlinear) waves in dissipative media.*  
*Rev. Real Acad. Ciencias Exact. Fis. Nat. (Madrid)* **LXXXVII**, 405-423. 1993
14. A. A. NEPOMNYASHCHY y M. G. VELARDE  
*A three-dimensional description of solitary waves and their interaction in Marangoni-Bénard layers.*  
*Phys. Fluids* **6**, 187-198, 1994
15. M. G. VELARDE, X.-L. CHU y J. ROSS  
*Toward a thermodynamic theory of hydrodynamics: The Lorenz equations.*  
*Phys. Fluids* **6**, 550-563, 1994
16. V. I. NEKORKIN y M. G. VELARDE  
*Solitary waves, soliton bound states and chaos in a dissipative Korteweg-de Vries equation.*  
*Int. J. Bifurcation Chaos* **4**, 1135-1146, 1994

17. C. I. CHRISTOV y M. G. VELARDE  
*Dissipative Solitons.*  
*Physica D* **86**, 323-347, 1995
- 18 J. BRAGARD y M. G. VELARDE  
*Bénard convection flows.*  
*J. Non-Equilib. Thermodyn.* **22**, 1-19, 1997
- 19 A. WIERSCHEM, P. CERISIER, P. GALLET y M. G. VELARDE  
*Creation and extinction of cells in Bénard convection.*  
*J. Non-Equilib. Thermodyn.* **22**, 162-168, 1997
- 20 V. I. NEKORKIN, V. A. MAKAROV, V. B. KAZANTSEV y M. G. VELARDE  
*Spatial disorder and pattern formation in lattices of coupled bistable elements.*  
*Physica D* **100**, 330-342, 1997
- 21 M. G. VELARDE, V. I. NEKORKIN, V. B. KAZANTSEV y J. ROSS  
*The emergence of form by replication.*  
*Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **94**, 5024-5027, 1997
- 22 H. LINDE, M. G. VELARDE, A. WIERSCHEM, W. WALDHELM, K. LOESCHCKE y A. YE. REDNIKOV  
*Interfacial wave motions due to Marangoni instability. I. Traveling periodic wave trains in square and annular containers.*  
*J. Colloid Interface Sci.* **188**, 16-26, 1997
- 23 V. I. NEKORKIN, V. B. KAZANTSEV y M. G. VELARDE  
*Mutual synchronization of two lattices of bistable elements.*  
*Phys. Lett. A* **236**, 505-512, 1997
- 24 M. G. VELARDE  
*Drops, liquid layers and the Marangoni effect.*  
*Phil. Trans. R. Soc. London A* **356**, 829-44, 1998. (Reprinted in *Marangoni and Interfacial Phenomena in Materials Processing*, E. D. Hondros, M. McLean & K. C. Mills (editors), Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp. 15-29, 1998)
25. J. BRAGARD y M. G. VELARDE  
*Bénard-Marangoni convection: planforms and related theoretical predictions.*  
*J. Fluid. Mech.* **368**, 165-194, 1998

26. V. I. NEKORKIN, V. B. KAZANTSEV, M. I. RABINOVICH y M. G. VELARDE  
*Controlled disordered patterns and information transfer between coupled neural lattices with oscillatory states.*  
*Phys. Rev. E* **57**, 3344-3351, 1998
27. V. I. NEKORKIN, V. B. KAZANTSEV, M. G. VELARDE y L. O. CHUA  
*Pattern interaction and spiral waves in a two-layer system of excitable units.*  
*Phys. Rev. E* **58**, 1764-1773, 1998
28. V. I. NEKORKIN, V. A. MAKAROV y M. G. VELARDE  
*Clustering and phase resetting in a chain of bistable nonisochronous oscillators.*  
*Phys. Rev. E* **58**, 5742-5747, 1998
29. V. I. NEKORKIN, M. L. VORONIN y M. G. VELARDE  
*Clusters in an assembly of globally coupled bistable oscillators.*  
*Eur. Phys. J. B* **9**, 533-543, 1999
30. V. I. NEKORKIN, V. B. KAZANTSEV, D. V. ARTYUKHIN y M. G. VELARDE  
*Wave propagation along interacting fiber-like lattices.*  
*Eur. Phys. J. B* **11**, 677-685, 1999
31. A. WIERSCHEM, M. G. VELARDE, H. LINDE y W. WALDHLM  
*Interfacial wave motions due to Marangoni Instability. II. Three-dimensional characteristics of surface waves in annular containers.*  
*J. Colloid Interface Sci.* **212**, 365-383, 1999



**CONTESTACIÓN  
DE LA  
DOCTORA DOÑA MARÍA CASCALES ANGOSTO**



**Señor Presidente**

**Señoras y Señores Académicos**

**Señoras y Señores**

No por un mero deber de cortesía, sino por un deseo íntimo que nace de una profunda amistad, acepto hoy gustosa el encargo de la Junta de Gobierno de contestar al discurso de ingreso en esta Real Academia y dar la bienvenida como nuevo compañero académico al Doctor Don Manuel García Velarde.

La presentación del Doctor García Velarde sería fácil, aunque extensa, si me limitara a una mera descripción de sus méritos académicos. Cuando de estudiante decantó su interés hacia la física teórica y la termodinámica estadística, se podía ya predecir su futuro. Su etapa de formación estuvo guiada por una curiosidad poco corriente por el saber como ciencia y por el carácter humanístico de la misma, lo que le ha llevado a recorrer varias Universidades de Europa y América..

Nuestro recipiendario nació en Almería en el año 1941, es Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad Complutense de Madrid (Director Manuel Castañs) y Doctor en Sciences Physiques "avec la plus grande distinction" por la Universidad Libre de Bruselas (Director Pierre Resibois). El tribunal de Tesis Doctoral en Bruselas estuvo presidido por el Premio Nobel Ilya Prigogine. En la actualidad es Catedrático de Física de la Universidad Complutense y su lugar de trabajo es el Centro Pluridisciplinar de la Universidad Complutense de Madrid.

El Doctor García Velarde posee la gran cualidad del optimismo. En cada etapa de su vida él se ha considerado afortunado: su primera salida al extranjero fue con una Beca de la

Fundación Juan March para trabajar con Ilya Prigogine en la Universidad libre de Bruselas. Los cuatro años que estuvo al lado del Doctor Prigogine le permitieron, no sólo aprender Física, sino también entender lo que es la investigación y la ciencia como parte de la cultura. Esos cuatro años, en palabras suyas, forjaron su mente para el futuro.

Después de esta etapa en Bruselas, intentó infructuosamente retornar a España y en ese intento, otra vez la suerte vino en su ayuda, ya que el mismo Prigogine al ser nombrado director de un Centro de Investigación en la Universidad de Texas en Austin, le ofreció una beca postdoctoral y el recién Doctor García Velarde fue incluido en un programa de excelencia de la National Science Foundation. Allí con el Profesor Robert Schechter estudió cómo la inestabilidad hidrodinámica debida al efecto cruzado de Soret podía servir para medir con precisión el complicado coeficiente de transporte. Con él se inició en la Física de los Fluidos y ello le sirvió para posteriormente tomar su propio y autónomo vuelo.

Otro golpe de suerte apareció en la vida profesional del Doctor García Velarde, cuando recibió una invitación de Nicolás Cabrera y Federico García Moliner para participar con ellos en la creación de un Departamento de Física en la Universidad Autónoma de Madrid. Contribuyó con su energía de hombre joven a tal empeño y al abandonar la Universidad Autónoma dejó tras de sí un Departamento de Física de los Fluidos, el primero de todo el sistema universitario no politécnico en España. De allí pasó a la Universidad Nacional de Educación a Distancia, donde creó el Departamento de Física, llevándolo a niveles de competencia internacional. Después de esta aventura, retornó a la Universidad Complutense, donde fue cofundador del Instituto Pluridisciplinar, que también en pocos años ha llegado a adquirir nivel internacional.

Recientemente, en colaboración con el Profesor Llinás del Medical School de la Universidad de Nueva York, se encuentra implicado en un tema fascinante sobre la actividad del cerebro. Estudiando datos experimentales de Rodolfo Llinás, el Doctor García Velarde ha ideado un modelo que permite predecir la dinámica cerebelosa. Este modelo dinámico se basa en que las neuronas de la oliva inferior, que son el reloj básico del cerebelo, con las del bucle de la oliva inferior, la red de Purkinje y de los nú-

cleos cerebelosos, actúan como control preciso de cualesquiera de nuestros movimientos. El Doctor García Velarde ha conseguido, con este modelo, reproducir fielmente datos que desde 1986 estaban a la espera de ser interpretados por un teórico de los sistemas dinámicos. Se trata de un trabajo de aplicación de teorías, en el que se utilizan las metodologías desarrolladas por él mismo en el estudio de fluidos y simulaciones en redes dinámicas. Todo ello le va a permitir diseñar robots neuroinspirados, dotados de lo que él espera denominar "inteligencia".

Antes de volver a España el Doctor García Velarde, poco se hacía en este país relativo a la Física de los Fluidos y a los procesos irreversibles, no considerándose la Física de los Fluidos como parte de la Física, cosa que aún ocurre en la mayoría de las universidades españolas. Con su energía personal y mediante cursos, seminarios, conferencias internacionales, etc., ha conseguido introducir esta disciplina en nuestras universidades y formar doctores de diversas nacionalidades. Hasta la fecha ha dirigido 25 Tesis Doctorales, y 14 Tesinas de Licenciatura: De entre las Tesis Doctorales, 5 han sido en la Universidad Complutense, 2 en la Universidad Autónoma de Madrid, 16 en la Universidad Nacional de Educación a distancia y una en la Universidad de Berlín.

Su asombrosa actividad en el campo de la formación se refleja en el casi un millar de conferencias pronunciadas en escuelas, institutos y casas de cultura en toda España y literalmente en todo el mundo. En resumen, nuestro recipiendario es un científico universal prolífico y creativo, curioso e inquieto, que se muestra apasionado frente todo problema que implique la educación y la investigación. Interesado en llevar la ciencia a la sociedad insiste en defender un mayor intercambio intelectual entre investigadores de distintas disciplinas. Resulta abrumador leer su *currículum vitae* donde sus trabajos, publicados en libros y revistas del mayor prestigio internacional, superan los 400 (unos 300 originales y unas 100 de divulgación).

Ha sido requerido por diversas Universidades para pronunciar conferencias o impartir cursos: Entre estas Universidades cabe destacar las de: Trondheim (Noruega), Paris, Provenza, Marsella, Grenoble, Londres, Cambridge, Los Alamos, Stanford, California, varias universidades de China, Canadá, Chile, Méjico, Israel, Marruecos, Suiza, etc. Ha pertenecido y pertenece a

comités editoriales de revistas internacionales como evaluador, particularmente en Francia, Reino Unido y los Estados Unidos, así como sociedades científicas relacionadas con temas de su especialidad y ha tomado parte en numerosos Congresos y Reuniones Científicas como organizador y conferenciante.

Un carácter que marca la personalidad del Doctor García Velarde es su faceta de humanista, esa curiosidad que le lleva a convencerse del carácter multidisciplinar de la ciencia y le hace desear conocer todas las facetas para hacerlas suyas y poder combinarlas. Él considera que la belleza se muestra de la misma manera en una composición musical que en una ecuación de difusión. El repite a menudo las palabras de Taylor: *el placer que llega cuando uno se da cuenta de cómo diferentes fenómenos observables forman parte de un todo.*

El Doctor García Velarde en su trayectoria profesional y en su vida intelectual ha tratado de ser libre y de hacer siempre lo que ha creído conveniente sin importarle las modas, las citas de sus trabajos y ni siquiera el agradecimiento de colegas o discípulos. A veces, cuando vuelve la vista atrás, piensa que se ha excedido como aventurero explorador y que quizás haya pecado de nómada, pero es un hecho indiscutible que nuestro Doctor ha tratado siempre de sacar lo mejor de sí mismo para crear y producir lo que se refleja a raudales lo largo y ancho de su andadura vital. Él mismo cree que si volviera a empezar volvería a andar mucho del camino hecho.

Desde el punto de vista humano Manuel García Velarde es un hombre inquieto, optimista, soñador y algo rebelde. Es conversador ameno, siente interés y curiosidad por todo, y posee un elevado concepto de la amistad. Casado muy joven con María del Pilar Ibarz Gil, licenciada en Historia del Arte, tiene tres hijos Alberto economista, Uriel médico y Esther-Adelaida la más pequeña, maestra. Entre sus aficiones figura la música y el cine. Cabe destacar que el compositor contemporáneo el Maestro Tomas Marco le dedicó un tercio (dos movimientos de las Moradas del Caos) de su sexta sinfonía Imago Mundi, que se creó en el Auditorio Nacional de España y fue dirigida por el Maestro Edmond Colomer y la Joven Orquesta de España.

Por último, el Dr. García Velarde ha recibido el reconocimiento de la comunidad científica a su destacada vida profe-

sional, haciéndole merecedor de numerosos premios y honores internacionales, entre los que cabe entresacar: 1981 Best Teacher Award de Noruega (Premio al mejor profesor); 1992 Premio Creativity de Florencia; 1993 Miembro de la Academia Europea; 1994 Doctor *Honoris causa* de la Universidad de Provenza. Francia; 1994 Palmas Académicas. Francia; 1994 Medalla Rammal, de la Sociedad de Física Francesa, etc.

La Real Academia de Doctores se congratula de haber sido la primera corporación española en reconocer la valía del Profesor García Velarde acogéndolo en su seno como ACADÉMICO NUMERARIO en la sección de Ciencias con la medalla número 95.

### **Señor Presidente**

#### **Amigas y Amigos**

Sería imposible relacionar aquí los muchos y diversos méritos por los que el nombre del Doctor García Velarde tiene ya adquirida auténtica resonancia internacional, por tanto, con estas palabras de presentación protocolaria solo he intentado mostrar ante ustedes, de manera resumida, las facetas profesionales y humanas de quien hoy ingresa y confirmar que con este acto de ingreso, nuestro recipiendario afirma su deseo de colaboración.

Querido Doctor García Velarde, los miembros todos de la Real Academia de Doctores nos alegramos de recibirle como Académico de Número de esta Real Corporación. Desde este momento le consideramos como un compañero con quien se hacen planes para futuros proyectos académicos. Yo, especialmente, en nombre de la Academia y en el mío propio, quiero expresarle mis sentimientos personales de bienvenida y darle mi más efusiva y cariñosa enhorabuena. Sé que nuestra Academia se enriquece al incorporar Académicos de su categoría científica y sé también que la multidisciplinaridad de nuestra Academia le brinda que se cumpla ese deseo suyo de armonización de las Ciencias, las Artes y la Sociedad. Estoy segura que nuestra colaboración será un éxito y servirá para el avance de la Ciencia y la Cultura en España. He dicho.

